

1 放射線崩壊の法則

放射線崩壊の法則は rutherford と soddy によって実験的に確立された。サンプルは時間によって指数的に崩壊する。
量子力学によると原子核崩壊過程は黄金律 (遷移確率/時間) に由来し、定数 λ によって特徴づけられる。
もし崩壊モードが一つ以上ならば、 λ は各モードの総和

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots$$

N 個の崩壊核のサンプルでは

$$dN = -\lambda N dt \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow N(t) = N(0) \exp(-\lambda t) = N(0) \exp(-t/\tau_m) \quad (\tau_m = \frac{1}{\lambda}) \quad (2)$$

ここで N は十分に大きく、したがって時間において連続 (微分可能) とする。

半減期 $T_{1/2}$ は

$$\frac{1}{2} = \exp(-\lambda T_{1/2}) \Leftrightarrow T_{1/2} = \frac{1}{\lambda} \log 2 = \tau_m \log 2$$

2 放射線のゆらぎ

放射減衰の法則では半減期に比べて短い時間 Δt の間の放射能は一定のはずだが、繰り返し測定すると不確定性原理により揺らぎが観測される。
揺らぎはポアソン分布をとる。 Δt の間の崩壊数が n と観測される確率 $P(n, \Delta t)$ は

$$P(n, \Delta t) = \frac{m^n}{n!} \exp(-m)$$

m は繰り返し観測した結果を平均した崩壊数。

標準偏差 σ は

$$\sigma = \sqrt{m}$$

例 1 ある事象は 5 秒間で 900 回観測された。この時 $m = 900$, $\Delta t = 5$

$$\sigma = \sqrt{900} = 30$$

1秒に観測される割合は

$$(900 \pm 30)/5 = (180 \pm 6) \text{cts/s}$$

例2 ある弱い放射線源は平均1cts/sとわかっている。

1)4秒で全く崩壊が観測されない確率は、 $\Delta t = 4 \text{ m} = 4$ としてポアソン分布に代入すると

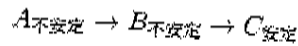
$$P = 4^0 \frac{\exp(-4)}{0!} = 0.0183$$

2)4秒で1だけ観測される確率は

$$P = 4^1 \frac{\exp(-4)}{1!} = 0.0733$$

3 放射性崩壊の連鎖

連鎖的に崩壊する場合



$$\begin{cases} \frac{dN_a}{dt} = -\lambda_a N_a \\ \frac{dN_b}{dt} = \lambda_a N_a - \lambda_b N_b \\ \frac{dN_c}{dt} = -\lambda_b N_b \end{cases} \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} N_a = N_a(0) \exp(-\lambda_a t) \\ N_b = N_a \frac{\lambda_a}{\lambda_b - \lambda_a} [\exp(-\lambda_a t) - \exp(-\lambda_b t)] \\ N_c = N_a [1 + \frac{1}{\lambda_b - \lambda_a} \{\lambda_a \exp(-\lambda_b t) - \lambda_b \exp(-\lambda_a t)\}] \end{cases} \quad (4)$$

fig.1.7より N_b は max となるような t があり

$$t_{\text{max}} = \frac{\log \frac{\lambda_b}{\lambda_a}}{\lambda_b - \lambda_a}$$

このとき

$$\lambda_b N_b(t_{\text{max}}) = \lambda_a N_a(t_{\text{max}})$$

散乱断面積は

$$\begin{cases} \sigma(^{63}\text{Cu} \rightarrow ^{64}\text{Cu}) = 4.4 \text{ barns} = 4.4 \times 10^{-24} \text{ cm}^2 \\ \sigma(^{64}\text{Cu} \rightarrow ^{66}\text{Cu}) = 2.2 \text{ barns} = 2.2 \times 10^{-24} \text{ cm}^2 \end{cases}$$

半減期はそれぞれ 12.7 時間と 5.1 分。

$F = 10^9 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ の中性子を当てると

$$\lambda_a = F\sigma = \begin{cases} 10^9 \times (4.4 \times 10^{-24}) = 4.4 \times 10^{-15} \text{ s}^{-1} \text{ (} ^{64}\text{Cu)} \\ 10^9 \times (2.2 \times 10^{-24}) = 2.2 \times 10^{-15} \text{ s}^{-1} \text{ (} ^{66}\text{Cu)} \end{cases}$$

の割合で ^{64}Cu と ^{66}Cu が生成され

$$\lambda_b = \frac{1}{T_m} = \begin{cases} \frac{\log(2)}{12.7} = 0.054 \text{ h}^{-1} \text{ (} ^{64}\text{Cu)} \\ \frac{\log(2)}{5.1} = 0.136 \text{ min}^{-1} \text{ (} ^{66}\text{Cu)} \end{cases}$$

の割合で崩壊する。

t 秒後のそれぞれのアイソトープの放射能は、 $\lambda_a \ll \lambda_b, \lambda_a t \ll 1$ として

$$\lambda_B N_b \sim N_a(0) \lambda_a [1 - \exp(-\lambda_b t)]$$

$$N_a(0) = (6.02 \times 10^{23} / A) \times (\text{存在量}) \times (1g)$$

よって 15 分照射した場合

$$\lambda_B N_b(15 \text{ min}) = \begin{cases} 3.86 \times 10^5 \text{ Bq} = 10.43 \mu\text{Ci} \text{ (} ^{64}\text{Cu)} \\ 5.62 \times 10^6 \text{ Bq} = 152 \mu\text{Ci} \text{ (} ^{66}\text{Cu)} \end{cases}$$

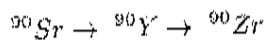
$$t_{max} = \begin{cases} 16.8 \text{ days} \text{ (} ^{64}\text{Cu)} \\ 3.4 \text{ h} \text{ (} ^{66}\text{Cu)} \end{cases}$$

式(4)より

$$\frac{\lambda_b N_b}{\lambda_a N_a} = \frac{\lambda_b}{\lambda_b - \lambda_a} [1 - \exp(-(\lambda_b - \lambda_a)t)]$$

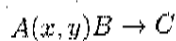
- 1) $\lambda_a \geq \lambda_b$
tとともに増大
- 2) $\lambda_b \geq \lambda_a$
tが大きくなると一定値 $(\frac{\lambda_b}{\lambda_b - \lambda_a})1$ となる。これを過渡平衡という。
- 3) $\lambda_b \gg \lambda_a$
速やかにおよそ1に収束。これを ~~スカラー~~ 平衡という。
Scular

例



式(4)に代入すると右辺第二項は無視できる。すると実質 Y(90) の半減期は 28 年と見なせる。

4 放射線による放射性同位体の生成



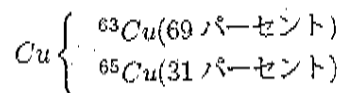
上の反応は、A核にxが入射するとB核が生成され、不安定になったBはyを出しながら λ_b によってCに崩壊するという意味である。
xのフラックスをF、xとAの散乱断面積を σ とすると

$$\frac{dN_a}{dt} = -F\sigma N_a = -\lambda_a N_a \quad (5)$$

$$\frac{dN_b}{dt} = -\lambda_b N_b + \lambda_a N_a \quad (6)$$

これは以前の議論と酷似。

例



熱中性子を当てると

