

クォーク・ハドロン物理への類推的アプローチについて

◎ Simulating Dense QCD Matter with Ultracold Atomic Boson-Fermion Mixtures

Kenji Maeda, Gordon Baym and Tetsuo Hatsuda

内容: 2つのフレーバー (u, d), 3つのカラー (R, G, B) をもった
高密度のクォークの系での相構造を冷却原子系の
ボゾンとフェルミオンで再現する。

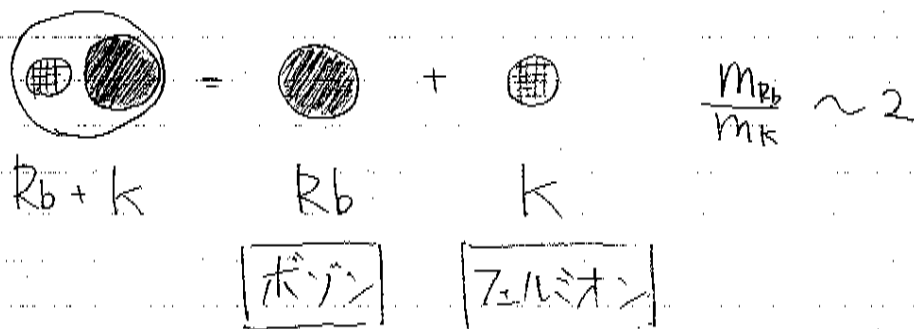
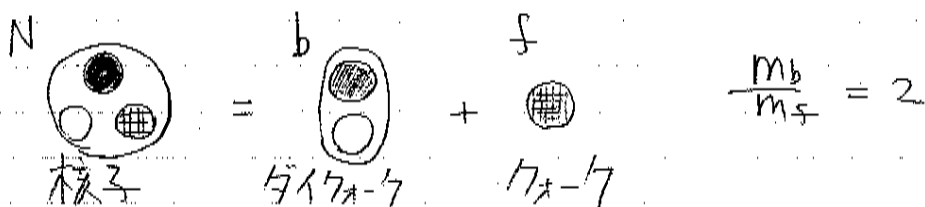
対応関係: ○ 核子をダイクォークとクォークの束縛状態と
あるとみなす。

○ ^{87}Rb がダイクォーク (ボゾン), ^{40}K がクォーク (フェルミオン)
をあらわすものとする。

○ ^{87}Rb のボーズ・アインシュタイン凝縮を2つのクォークの
カラー超伝導とみなす。

○ ^{87}Rb と ^{40}K の相互作用をグルオンによる引力と
みなす。

○ ^{87}Rb と ^{40}K の束縛状態同士の束縛状態を
核子超伝導とみなす。



理論的部分: ボゾン-フェルミオン混合系のハミルトニアンとして

$$H = \frac{1}{2m_b} |\nabla \phi(x)|^2 - \mu_b |\phi(x)|^2 + \frac{1}{2} \bar{g}_{bb} |\phi(x)|^4 \\ + \sum_{\sigma} \left(\frac{1}{2m_f} |\nabla \psi_{\sigma}(x)|^2 - \mu_f |\psi_{\sigma}(x)|^2 \right) \\ + \bar{g}_{ff} |\psi_{\uparrow}(x)|^2 |\psi_{\downarrow}(x)|^2 + \sum_{\sigma} \bar{g}_{bf\sigma} |\phi(x)|^2 |\psi_{\sigma}(x)|^2$$

を考える。 ϕ はボゾンの ψ はフェルミオンの場。
 “裸の” ボゾン-フェルミオン結合定数 $\bar{g}_{bf\sigma}$ と繰り込みを
 考慮した結合定数 $g_{bf\sigma}$ 、S波の散乱長 $a_{bf\sigma}$ の関係は

$$\frac{m_R}{2\pi a_{bf\sigma}} = \frac{1}{g_{bf\sigma}} = \frac{1}{\bar{g}_{bf\sigma}} + \int_{|k| \leq \Lambda} \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\varepsilon_b(k) + \varepsilon_f(k)}$$

$\varepsilon(k)$ は運動エネルギーで m_R は質量。 Λ は典型的な
 原子のスケールと関連付けられたカットオフ。 $\equiv \Lambda$

$$\left(\begin{array}{l} \bar{g}_{bf\sigma} \text{ が小さな負の値} \\ \bar{g}_{bf\sigma} \text{ が大きな負の値} \end{array} \right. \quad a_{bf\sigma} \rightarrow \begin{array}{l} \bar{g}_{bf\sigma} m_R / 2\pi < 0 \\ k_0 (= \frac{\pi}{2\Lambda}) > 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{--- ①} \\ \text{--- ②} \end{array}$$

(ただし $\bar{g}_{bf\sigma} < 0$, $\bar{g}_{bb} > 0$, $\bar{g}_{ff} > 0$)

① $|\bar{g}_{bf\sigma}|$ が小さいとき

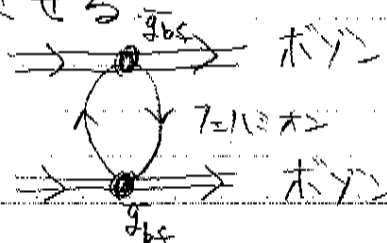
[ボゾンはボーズアインシュタイン凝縮 --- (a)
 フェルミオンはペアを組んで超伝導転移 --- (b)]

相図を記述するパラメータとして無次元の数

$$\eta \equiv -1 / n^{\frac{1}{3}} a_{bf\sigma} \gg 1$$

を使うことにする (cf. 化学ポテンシャル)

(a) 弱いボゾン-フェルミオン間相互作用のもとでは
 ボゾン間にはフェルミオン密度のゆらぎによる引力
 を生じさせる



このときボソンのボーズ-アインシュタイン凝縮転移温度は

$$T_c(b\text{-BEC}) = [1 + 1.32 n^{1/3} (a_{bb} + a_{bfb}) + \dots] T_0$$

T_0 はボゾン-フェルミオン相互作用がないときの転移温度で
 a_{bb} , a_{bfb} はボゾン-ボゾン, フェルミオンを介したボゾン-ボゾン
 の散乱長である。

(b) 弱いボゾン-フェルミオン間相互作用のためフェルミオン間にも
 ボゾンによって引力が誘起される
 (cf. 金属中のクーパー対)

フェルミオンによる超流動状態の転移温度は

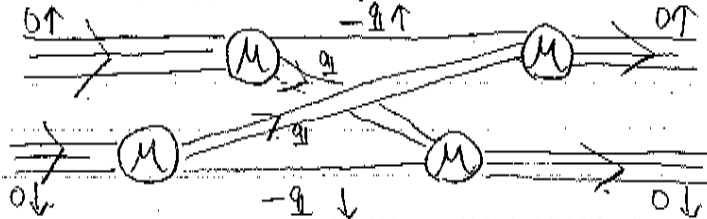
$$T_c(f\text{-BCS}) = \frac{e^2}{\pi} \left(\frac{2}{e}\right)^3 \varepsilon_F \exp\left(\frac{\pi}{2k_F (a_{ff} + a_{bfb})}\right)$$

ε_F はフェルミエネルギー π はオイラー定数

② $|g_{bfs}|$ が大きいとき

このときボゾンとフェルミオンは束縛状態をなす。(Nとする)
 (ボゾン同士、フェルミオン同士が反力的に相互作用
 してはいるが、3つ以上の束縛状態 (eg. bbf , $bfbf$...))
 に比べて、 b_f が支配的になる。

N 同士の散乱長を計算する。

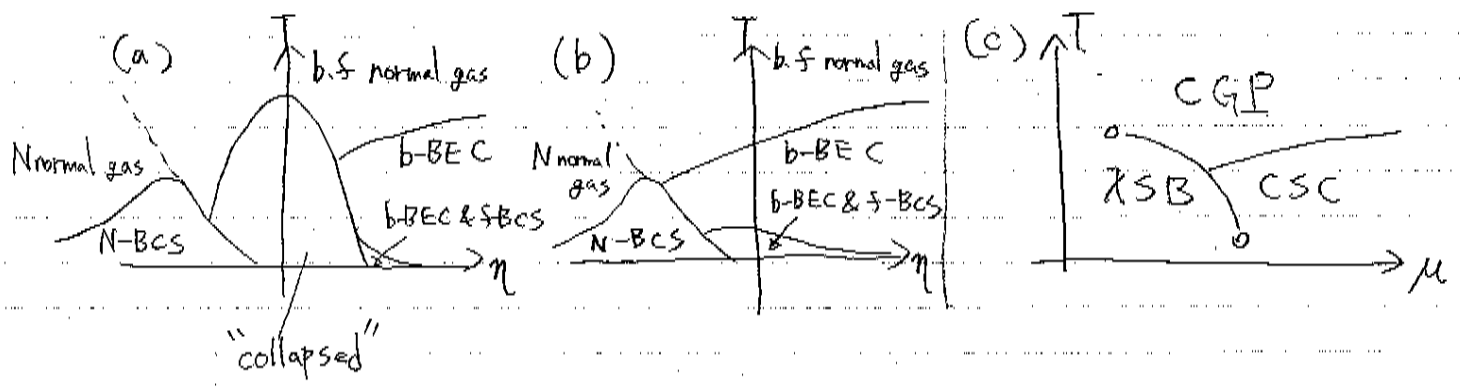


$$a_{NN} = \frac{m_N}{4\pi} T_{NN}(0,0) = -\frac{m_N}{2m_R} a_{bfs} \Gamma$$

この結果から $a_{NN} \propto a_{bfs}$ は同じくらい大きいたが
 符号が違うことがわかる。(つまり) $|g_{bfs}|$ が大き $a_{bfs} \sim v_0 > 0$ のとき
 Nの間には引力がはたらく、転移温度は

$$T_c(N\text{-BCS}) = \frac{e^2}{\pi} \left(\frac{2}{e}\right)^3 \varepsilon_N e^{\pi/2k_F a_{NN}}$$

二つまで得た式から $T-\eta$ 平面で相図を書くと



- (a) \bar{g}_{bb} が弱いとき
- (b) \bar{g}_{bb} が強いとき

(c) 現実のクォーク質量の場合の $T-\mu$ 平面での相図
 CGP: クォークグルーオンプラズマ
 λ SB: カイラル対称性の破れたハドロン
 CSC: カラー超伝導

先の①によつて大きな η の部分②によつて負の η の部分を書いた
 中程度の η では複雑な構造になり場合によつては不安定化してしまう

対称性による考察

$U(1)_b = \text{アン}$ $U(1)_b \times U(1)_{f\uparrow} \times U(1)_{f\downarrow}$

b -BEC & f -BCS $U(1)_{f\uparrow-f\downarrow}$

N -BCS $U(1)_{b-(f\uparrow+f\downarrow)} \times U(1)_{f\uparrow-f\downarrow}$

破れている対称性の違いから (b) のようなはっきりとした相の境界があることが予想される

(ただし $U(1)_{A\pm B}$ は A と B に $+$ なら同位相、 $-$ なら逆位相の回転をかけたもの)

実験的部分 ここまで述べてきた実験は光格子の中で行われるべき

光格子・光トラップ

原子に対しレーザー光を照射することで電気双極子を誘起しそれと光の電場との相互作用で原子をトラップする機構。

ポテンシャルを作る光として定在波を用いることで周期的なポテンシャルを形成することができる。

またこの実験を行うためには粒子の散乱長を自由に変えられなければならないが、光格子の中ではフェジューバッハ共鳴によってそれが可能になる

フェジューバッハ共鳴

多体問題で考慮しなければならない共鳴現象の1つ。内部自由度をもつ多数の粒子が衝突した場合に運動エネルギーの一部が内部エネルギーに転換されることにより見かけ上運動量が保存されないようになることがある。内部エネルギーの高い状態は一定の寿命が経過するともとに戻り、このとき内部エネルギーは再び運動エネルギーに戻る。この一連の現象は特定のエネルギーで共鳴的連鎖的に生じる。

として用いる原子としてはフェルミオンがスピン \uparrow, \downarrow の2つの状態をもつなければならない

$$^{87}\text{Rb} \quad |f=1, m_f=1\rangle$$

$$^{40}\text{K} \quad \left| \frac{9}{2}, -\frac{5}{2} \right\rangle \text{ と } \left| \frac{9}{2}, -\frac{9}{2} \right\rangle$$

hyper fine state

のような組み合わせが提案されている

★その他の論文について

○ Color Superfluidity and "Baryon" Formation in Ultracold Fermions

Ákos Rapp, Gergely Zarand, Carsten Honerkamp, and Walter Hofstetter

内容 光格子中の3つの内部自由度("カラー")を持ったフェルミオンは、格子によって与えた引力相互作用が小さいとき2粒子がカラー超伝導状態になり、大きいとき3粒子が集まってフェルミオン (trion) をなす。これはQCDにおけるカラー超伝導とバリオンの相に似ている。

対応関係。I=1の核スピンをもつ6Liの2I+1=3個の状態を3つのカラーとみなす。

○これらの状態の3粒子散乱(長は負で大きな値をとる)が二体をグルーオンによる引力とみなす

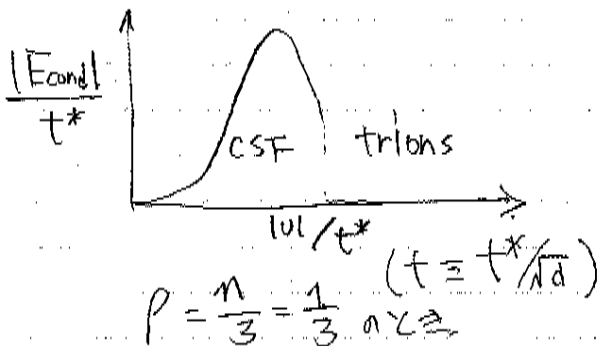
理論的部分(要約)

ハバードハミルトニオン

$$H = -t \sum_{i,j} \hat{c}_{ia}^\dagger \hat{c}_{ja} + \frac{U}{2} \sum_{i\alpha\beta} \hat{n}_{i\alpha} \hat{n}_{i\beta}$$

(U < 0) で光格子中での粒子の運動が記述できると考える。考えている転移がおこる中程度の|U|での解析を行うために無限次元極限での変分による方法を用いる。

その結果 2粒子状態での利得分のエネルギー E_{cond} について



CSF: Color Super Fluidity

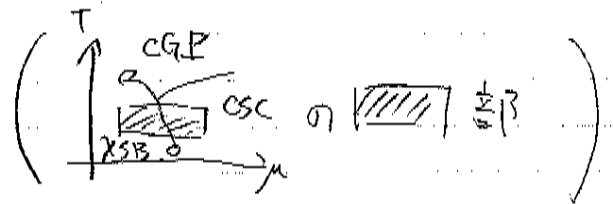
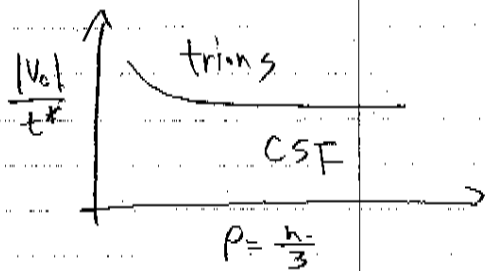


trions: 3粒子状態



また CSF のエネルギーは 2 種類の粒子の密度が残り 1 種類の粒子密度に比べ大きいとき最低になる
つまりスピンのゼロの値をとろうとし "強磁性" 的である
そのため超流動領域の中でのスピンの向きが秩序パラメータになる。

そしてこの相図から大きな運動エネルギーのときつまりクォークが高密度のときに超伝導状態があらわれ小さな運動エネルギー、つまりクォークが低密度のときバリオンがあらわれるという図は QCD の相図によく似ている



- Meson condensation analogs in ultracold atomic and molecular dipolar gases

Kenji Maeda, Tetsuo Hatsuda, and Gordon Baym

内容 高密度の核物質での中間子凝縮と類似の状態が大きな磁気(電気)双極子モーメントをもった超低温のフェルミガスを系で実現される。

核関係。テンソル的に作用する電磁気モーメントの相互作用を核子間のテンソル力とみなす。

- 大きな磁気モーメントをもった D_y を核子とみなす

理論的部分(要約)

中間子凝縮とは核子中で中間子場が平衡状態において有限の期待値をもつこと。

中間子凝縮がおこるためには核子系が相転移をおこし空間座標に依存するスピン-アイズンバート密度をもたねばならぬ

中間子場が1つの波数で特徴づけられるとき核子系は AFSC 相をなす

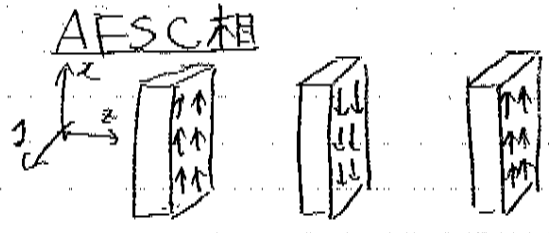
Dy原子系の運動エネルギーと外部磁場との相互作用
以外のエネルギー、つまり原子間のエネルギーは

$$U = \sum_{\vec{r}_1, \vec{r}_2} \left\{ \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 - 3(\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{r}) (\vec{\sigma}_2 \cdot \hat{r}) \right\} + g \delta(r)$$

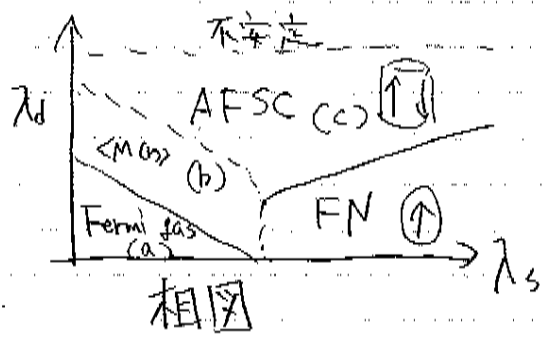
第1項がテンソル力、第2項が接触ポテンシャル、つまり
短距離斥力 になっている。これは核力の特性をもっている。

このもとで原子の系には4つの状態が考えられ

- (a) フェルミガス スピンの上下は同じ数、フェルミ面は球
- (b) 空間に依存は弱い磁気をもつ相
- (c) AFSC (3D4フェロスクワティック-C)相
粒子が局在し、スピン逆向きの層をなす。
フェルミ面は田筒状
- (d) FN (フェロネマティック)相
粒子のスピンの1方にそろった状態
フェルミ面は回転楕円体



このとき光子(中間子)凝縮



λ_d は双極子相互作用の
エネルギーの大きさ
 λ_s は接触ポテンシャルの
エネルギーの大きさ
に関わる量

λ_d は原子の質量と数密度そして磁気モーメントによる
 λ_s は数密度と実効散乱(長によって決まる)

これら2つの値を変えればAFSC相を実現できる
eg. Dyでは散乱(長を大きくできなければ 10^{10} (Å/cm³)
の密度が必要だが、もっと大きな磁気モーメントを
もつLiやCsなら 10^9 (Å/cm³)程度で済む