第1章

1.1 物質の基本的構成要素

19世紀の終わりまでにはすべての物質は原子から成っていることが分かっていた。
元素がほぼ100種類も存在し、周期的な性質を持っている
→原子自体に内部構造があり分解が可能→ラザフォードの実験によって描き出される

(原子には密度の高い原子核があり、そのまわりに電子の雲がある
(原子核それ自体も更に小さい部分に分解される。

1932年に中性子が発見され、原子核が陽子、中性子(核子)で組み立てられていると分かった
粒子には電子、陽子、中性子、さらにβ崩壊を説明し、運動量、角運動量の保存と矛盾しないよう
提案されたニュートリノの4つがある。

1950年代と60年代には粒子加速器を用いた実験によって陽子と中性子は、強い相互作用
で結びついた複合粒子であるハドロンと呼ばれる粒子の一族の代表にすぎないことが分かった。
- ハドロンは今日までに100種類以上が知られている
- 知られているすべてのハドロンは2つないし3つのクォークの組み合わせで説明できる

原子の基本的な構成要素にはレプトンとクォークがある。
(レプトン：電子、ニュートリノ→電子、電子ニュートリノ、ミュー粒子、ミューニュートリノ、タウ粒子、タウニュートリ
(クォーク：アップ、ダウン、チャーム、ストレンジ、トップ、ボトム
レプトンとクォークの大きさは10^{-18}m より小さい。(陽子の大きさは10^{-15}m) ⇒実質は大きさ0の点
レプトンとクォークはスピン$\frac{1}{2}$を持っており、フェルミ粒子(スピンの大きさがħの半整数倍の粒子)であ
励起状態が見つかっていないので、基本粒子と考えられている。

1.2 基本的な相互作用

従来から知られていた重力、電磁気力に加え、原子核物理の発展により、2つの核子の
間に働く核力と、原子核のβ崩壊に際して現れる弱い力が発見された。今日では核力は
クォークを結合させて陽子や中性子をつくる強い力に基づくものであると分かっている。
- 4つの基本的な相互作用

	相対的な強さ	影響範囲(m)	ゲージ粒子(相互作用を媒介するボース粒子)
重力	10^{0}	無限大	
電磁相互作用	10^{38}	無限大	光子
強い相互作用	10^{40}	10^{-15}	グルーオン
弱い相互作用	10^{15}	10^{-18}	W^+, W^-, Z^0ボソン

3つの(重力以外)相互作用にはそれぞれ、1種類の電荷が属している。
電荷、弱電荷、強い電荷であり、強い電荷は色電荷および色と言われる。

粒子は対応する電荷を持っている場合のみその相互作用が働く。
・レプトンとクォークは弱電荷を持っている
・レプトンのうちいくつかのもの(例えば電子)およびクォークは電荷を持っている
・色電荷はクォークだけが持っているものであり、レプトンは持っていない。
つまりクォークは3つの相互作用が働く可能性があるが、レプトンには強い相互作用は働かない。
ゲージ粒子による到達距離の違い
・WとZのボソンは質量が約80 GeV/c², 91 GeV/c²と大きいため、極めて短い時間のうちに別の粒子に崩壊するので弱い相互作用の到達距離は短い。
・光子は静止質量が0なので電磁相互作用の到達距離は無限大
・グルーオンは質量はゼロだが、色電荷を持つためグルーオン同士にも相互作用が働く。
このことによって到達距離は短い。

1.3 対称性と保存則
古典物理における保存則では、法則は事象がいつどこで、空間的などちらの方向に起こったか依存しない
非相対論的量子力学では鏡映対称も重要な性質の1つ。
鏡映反転によって波動関数の符号が変わるか変わらないかによってパリティが負または正であると呼ぶ。

1.4 実験
・散乱実験
研究すべき対象にエネルギーと運動量の分かっている粒子を当てる。粒子が対象と相互作用をする際に引き起こされるビームの運動学的量の変化から対象となる相互作用の性質を知ることができる。⇒見たいものと同スケールの波長で見る必要がある。

・スペクトロスコピー
励起状態の崩壊生成物を判定する実験を意味する。それにより励起状態の性質や構成要素の間の相互作用について知ることができる。

1.5 単位系

原子核・素粒子物理において使われる単位

→ 長さ：フェムトメートル(fm)，フェルミと呼ばれることもある) 1 fm = 10^{-15} m

エネルギー：電子ボルト(eV) 1eV = 1e の電荷を持つ粒子が 1V の電位差を通り過ぎたとき得るエネルギー = 1.602×10^{-19} J

$10^3, 10^6, 10^9$ 倍を表すのに keV, MeV, GeV を用い，粒子の質量は通常質量－エネルギー等価原理 $E = mc^2$ により eV/c^2 (ないし MeV/c^2, GeV/c^2) で与える

またプランク定数 h を 2π で割った量 $\hbar$ は特に

$$\hbar c \approx 200\ \mathrm{MeV \cdot fm}$$

そして電磁相互作用の結合定数は

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} \sim \frac{1}{137}$$ ⇒ 電磁相互作用が小さいことがわかる。

と定義され，微細構造定数と呼ばれている。

素粒子物理では質量，運動量，エネルギー，長さの単数，時間の逆数が同じ次元を持つ物理量の系が使われる。そのような系では $\hbar = c = 1$ と単位を定義することができる。

(原子物理では $4\pi\varepsilon_0 = 1$ とするのが普通。したがって $\alpha = e^2$ となる(ガウス系)。)

素粒子物理では $\varepsilon_0 = 1$, $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ (ヘヴィサイド－ローレンツ系)がより一般的に用いられる。

第2章 原子核の全般的性質

2.1 原子とその構成要素

・原子の構成要素で最初に識別されたのは電子。

トムソンは放電管の中で自由粒子としての電子を生成し，更に電子の速度と電荷と質量の比(比電荷)を決めることができた。この結果は陰極や気体の種類に依存しなかった。→ 物質の普遍的な構成要素である。

後にミリカンが電子の電荷を測定し，電子の質量が明らかになった。

原子核モデル

・トムソン模型：電子と同じ数だけの正電荷が原子の体積の中に一様に分布している

→ しかしラザフォードらが α 粒子を重い原子によって散乱させる実験で正の電荷は空間的に集中していると見い出した。散乱された α 粒子の角度分布の中で大きな角の散乱が発生するのは中心にある正電荷をもった重い原子核によるクーロン場による散乱として説明され得るもの

→ これにより正電荷を持ち空間的に集中した原子核とそれを取り巻く負の電荷を持つ電子から成る原子の存在が確立。

α粒子はHeが電離したものと分かっていた。ラザフォードはα粒子を窒素にぶつけたとき異常に長い飛程を持つ正電荷の粒子を観測した。
→ 窒素原子はこの反応によって破壊され原子核から軽い構成要素が飛び出した。
水素を標的としたα反応で同様に大きな飛程を持つ粒子を発見していたので、彼は自分が測定したのは水素原子であり、これが窒素の構成要素であると結論した。

このとき $^{14}N + {}^{4}He \rightarrow {}^{17}O + P$

という反応であり、窒素の原子核が酸素の原子核に変わり、陽子(P)が1つ放出される
このようにして水素の原子核が原子核の基本的な構成要素であることが分かった。

中性子もα粒子を原子核にぶつけることによって発見された。
~~チャドウィックが1932年にポロニウム線で原からでるα粒子をベリリウムにぶつけることによって中性子が原子核の基本的な構成要素であることを証明した。~~

陽子と中性子を結合するのは、原子核がα粒子をぶつけることによってのみ破壊されることから、電磁気力よりずっと強い力であると考えられていた。
結合エネルギーはその系の構成物の質量の和とその系の質量との差のこと。
- 安定な原子核では正の値を持つ
- 原子核の質量のほぼ1%に相当する

質量欠損とも呼ばれるこの現象は質量-エネルギー関係式 $E=mc^2$ の初めての実験的証拠例

2.2 原子核

原子番号Zは陽子の数を与える。原子核の電荷は $Q=Ze$。これとZ個の電子がつりあっている。
電場の中で分子ビームが曲がるかどうかを測る実験により、陽子と電子の電荷の差の上限が与えられている。

$$|e_p + e_e| < 10^{-18} e$$

原子核の中にはZ個の陽子とN個の中性子がある。質量数AはA=Z+Nで表され、その様々な組み合わせを核種という。
- 質量数Aが同じ原子核を同重体(アイソバー)
- 原子番号Zが同じ原子核を同位体(アイソトープ)
- 中性子数Nが同じ原子核を同中性子体(アイソトーン)

結合エネルギーBは原子の質量を用いて

$$B(Z,A) = [ZM(H) + (A-Z)M_n - M(A,Z)]c^2$$

と定義される。

ここで $M(^1H) = M_p + m_e$ ：水素原子の質量（水素原子の原子としての結合エネルギーは無視できほど小さい）

M_n ：中性子の質量

$M(A,Z)$ ：Z個の電子とA個の核子を持つ原子核による原子の質量

また $M_p = 938.272\ MeV/c^2 = 1836.149\ m_e$

$M_n = 939.566\ MeV/c^2 = 1838.679\ m_e$

$m_e = 0.511\ MeV/c^2$

国際単位系に変換するには変換因子 $1.783 \times 10^{-30}\ kg/(MeV/c^2)$ をかける

元素の表記法：X元素の場合 ${}^{A}_{Z}X_{N}$

質量分析法による質量の決定

質量分析器では質量を決定するために電荷Qのイオンが電場および磁場中で曲がることを利用して運動量 $p = Mv$ と運動エネルギー $E_{kin} = \frac{1}{2}Mv^2$ を同時に測る方法を使う。

電場Eの中ではイオンの軌道の曲率半径はエネルギーに比例している

$$\frac{Mv^2}{r_E} = QE \Rightarrow r_E = \frac{M}{Q}\frac{v^2}{E}$$

磁場Bの中ではイオンの曲率半径 r_M は運動量に比例している

$$\frac{Mv^2}{r_M} = QBv \Rightarrow r_M = \frac{M}{Q}\frac{v}{B}$$

以上より、電場の中でエネルギーについて分離され、磁場の中で運動量について分離されて、イオン源からはいろいろな角度で出たにも関らず、分析器の終わりのところで焦点を結ぶので1つの測定器によって検出することができる。

測定技術上の理由から質量の基準として ^{12}C を使うと便利で、

原子質量単位 u を ^{12}C の原子の質量の $\frac{1}{12}$ と定義する。

$$1\ u = \frac{1}{12}M_{^{12}C} = 931.494\ MeV/c^2 = 1.66043 \times 10^{-27}\ kg$$

原子核の存在比

地球、月、および隕石の試料の同位体存在比はわずかな例外を別とすれば同じ。

一般的には同位体存在比からのずれは放射性崩壊によって核種が発生した場合に局在的に起こりうる。

原子核反応による質量の決定　水素による熱中性子の捕獲

$$n + {}^1H \rightarrow {}^2H + \gamma$$

の反応において、放出される光子のエネルギーは ^2H 原子核の結合エネルギーBと直接関係している

$$B = (M_n + M_{^1H} - M_{^2H})c^2 = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2M_{^2H}c^2} = 2.225\ MeV$$

（∵ $M_n = 1.008665u$, $M_{^1H} = 1.007825u$, $M_{^2H} = 2.014103u$, $1u = 931.494\ MeV$）

また $^1H + ^6Li \rightarrow ^3He + ^4He$ という反応では反応のエネルギー収支は

$E_H + E_{Li} \rightarrow E_{^3He} + E_{^4He}$ で与えられる

E_X は核種Xの全エネルギー、すなわち静止質量と運動エネルギーを足したものを表す

核種の質量のうち3つが分かっていて、運動エネルギーがすべて測られれば

4番目の核種の結合エネルギーを決定することができる。

結合エネルギーの特徴としては教科書図2.4で分かるように

- 質量数の小さい原子をのぞくと、結合エネルギーは質量数Aに比例する(結合エネルギーの飽和性)。すなわち核子あたりの結合エネルギー $\frac{B}{A}$ はほぼ一定。
- 核子あたりの結合エネルギーは $A \simeq 60$ で最大となり、$A \simeq 60$ 以降では単調に減少。

2.3 結合エネルギーのパラメータ化

ヴァイツゼッカーの質量公式を用いると

$$M(A,Z) = NM_n + ZM_p + Zm_e - a_v A + a_s A^{\frac{2}{3}} + a_c \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} + a_a \frac{(N-Z)^2}{4A} + \frac{\delta}{A^{\frac{1}{3}}} \quad (N=A-Z)$$

$$\begin{cases} a_v = 15.67\ \mathrm{MeV}/c^2 \\ a_s = 17.23\ \mathrm{MeV}/c^2 \\ a_c = 0.714\ \mathrm{MeV}/c^2 \\ a_a = 93.15\ \mathrm{MeV}/c^2 \end{cases} \qquad \delta = \begin{cases} -11.2\ \mathrm{MeV}/c^2 & (Z\text{とN}\text{が偶数}) \\ 0\ \mathrm{MeV}/c^2 & (A\text{が奇数}) \\ 11.2\ \mathrm{MeV}/c^2 & (Z\text{とN}\text{が奇数}) \end{cases}$$

原子核の結合がこの質量の和からのずれを生じさせるが、それは第4項から第8項までに反映している。すなわち $B(Z,A)$ が第4項から第8項で表わされて

$$B(Z,A) = a_v A - a_s A^{\frac{2}{3}} - a_c \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - a_a \frac{(N-Z)^2}{4A} - \frac{\delta}{A^{\frac{1}{3}}} \quad (N=A-Z)$$ となる

ここで原子核半径Rと質量数Aには $R \propto A^{\frac{1}{3}}$ の関係がある

体積項：もし核子間に働く力が長距離力であるなら、核子は原子核内のすべての核子と相互作用することになる。そのときにはA個の核子からなる結合エネルギーはA個から2個取り出す組み合わせの数 ${}_AC_2 = \frac{A(A-1)}{2}$ 近似的に A^2 に比例することになる。

しかし実際は核力の到達距離は短く、2つの核子の間の距離にほぼ相当し核子の数Aに比例する。これは結合エネルギーの飽和性である。そしてこの項は結合エネルギーの主要部分を占めている。

また飽和の現象のために、わずかな例外を除けばどの原子核でも原子核の密度はその中央部において同じであり、その値は

$\rho_{\text{核}} \simeq 0.17$ 核子/fm^3 $= 3 \times 10^{17}$ kg/m^3

原子核の平均の密度は $R = 1.21 A^{\frac{1}{3}}$ fm の式より 0.13 核子/fm^3 であって中央部の値より少し小さい。原子核内の核子の平均距離は約1.8 fmである。

・表面積項：原子核の表面にある核子は中心部にある核子よりも少ない数の核子に囲まれていて、相互作用する核子の数が少ないから弱く束縛していると考えられる。よって原子核の表面にある核子にとっては結合エネルギーは減少する。これは $R \propto A^{\frac{1}{3}}$ より表面積なので $A^{\frac{2}{3}}$ に比例する。

クーロン項：原子核の中の陽子の間に働く電気的斥力は結合エネルギーを減少させる。
ここで電荷が一様に分布する半径 R の球のクーロンエネルギーを求める。
電荷密度 ρ、半径 r の球を考える。これに無限遠方から電荷を運んで先で半径を dr だけ大きくするのに要する仕事を dW とする。半径 r と $r+dr$ にはさまれた部分の体積は $4\pi r^2 dr$ だから電荷 $dq = 4\pi r^2 dr \rho$ を運ぶ必要がある。また電荷が一様分布する半径 r の球の外側では、電荷 $Q_0(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ が円の中心にあるので同じであるから、電荷 dq に働く力は、球の中心からの距離を r' とすると $\frac{kQ_0(r)dq}{r'^2}$ である。
したがって、この力に逆らって $r'=r$ までになす仕事 dW は

$$dW = \int_\infty^r dr' \frac{kQ_0(r)dq}{r'^2} = \frac{kQ_0(r)dq}{r} = \frac{16\pi^2 k\rho^2 r^4}{3} dr$$

となる。これから半径 R の球を作るのに要する全仕事 W は

$$W = \frac{16\pi^2 k\rho^2}{3}\int_0^R r^4 dr = \frac{16\pi^2 k\rho^2 R^5}{15} = \frac{3}{5}\frac{kQ^2}{R} \quad \left(\rho \frac{4\pi R^3}{3} = Q\right)$$

Q は半径 R の球の全電荷で、原子核の全電荷は Ze だから

$$E_c = \frac{3}{5}\frac{ke^2Z^2}{R} = \frac{3}{5}\frac{Z^2\alpha\hbar c}{R} \quad \left(k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0},\ \alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}\right)$$

したがって $R \propto A^{\frac{1}{3}}$ より $\frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}}$ に比例する

・非対称項：質量数が小さな場合は原子核は同じ数の陽子と中性子を持つ傾向がある。原子核の質量数が大きくなるとクーロン斥力を核力で部分的に帳消しするためにだんだん多くの中性子を含む。それにより中性子と陽子の数の非対称が生じる。核力が原子核における中性子過剰度に依存することは非対称項 $(N-Z)^2/4A$ によって記述される。このことから原子核の質量が大きくなるにつれて対称性は減少することが分かる。

対結合エネルギー項：実験に求めた結合エネルギーを詳しく調べると陽子数 Z または中性子数 N が偶数の原子核は奇数の場合より結合エネルギーが大きく、原子核は同種の核子を偶数個持ったときに最も安定となる。実際、陽子数 Z も中性子数 N も奇数で安定な核種は ^2H, ^6Li, ^{10}B, ^{14}N の4種だけ。この性質は対結合エネルギーの結果であり、この効果を経験的に $\delta A^{-\frac{1}{2}}$ という項で記述する。

ワイツゼッカーの質量公式は液滴模型に関連してしばしば言及される。それは公式が液滴について知られているいくつかの性質に基づいているからであって、その性質とは一定の密度、力の到達距離が短いこと、飽和、変形しうること、そして表面張力である。しかし粒子の平均自由行程においては違いがある。平均自由行程は少なくとも原子核の直径程度だと推定されているので分子にとっては小さいが、核子にとっては大きくなってしまう。したがって原子核は古典的流体としてではなく量子流体として扱わなければいけない。

2.4 核力の荷電独立性とアイソスピン

陽子と中性子はほとんど同じ質量を持っているだけでなく、相互作用においても同じように振る舞う。(鏡像核(例 $^{14}_{6}C_8$ と $^{14}_{8}O_6$ 質量数が同じで一方の陽子数が他方の中性子数と等しい)の研究でそれが特に分かる)

陽子と中性子はもし電磁相互作用がなければ区別できないようなものである。原子核では電磁相互作用よりも核子間に働く強い相互作用つまり核力の方が重要である。そこで、陽子と中性子を核子という粒子の異なる2つの状態とみなし、そこでアイソスピン I と呼ばれる $I=\frac{1}{2}$ を成す核子の2つの状態として陽子と中性子を扱う。

$$\text{核子}:\ I=\frac{1}{2}\ \begin{cases}\text{陽子}: I_3=+\frac{1}{2}\\ \text{中性子}: I_3=-\frac{1}{2}\end{cases}\ \text{とする。}$$

これより陽子と中性子の対は合成アイソスピンが1か0の状態に存在しうる。

またアイソスピンは陽子と中性子の数だけでは決まらず、アイソスピンの結合された値としては

$$I=\frac{|N-Z|}{2},\ \frac{|N-Z|}{2}+1,\ \cdots,\ \frac{N+Z}{2}$$

をとることが可能。核子に働く強い相互作用の性質からアイソスピンの値が小さい状態が低いエネルギー領域に現れる。したがって通常基底状態とその近くではアイソスピンの値と第3成分の値は等しい。

これより $^{14}_{6}C_8$ と $^{14}_{8}O_6$ のアイソスピンは $I=1$ より小さくなることができない。このことから $^{14}_{6}C_8$、$^{14}_{7}N_7$、$^{14}_{8}O_6$ の原子核はアナログ状態のアイソスピン3重項に属する。$^{14}_{7}N_7$ に関してはさらに $I=0$ の状態が生じうる。そしてそれが $^{14}_{7}N_7$ の基底状態となっている。

$I=2$ の状態には $^{14}_{5}B_9$ と $^{14}_{9}F_5$ にアナログ状態が存在するはずだが、これらの原子核はたいへん不安定(エネルギーが高い)ので図2.5には示されていない。

$A=14$ の同重体は比較的軽いためクーロンエネルギーはあまり大きくないが、重い原子核ではクーロンエネルギーの影響はもっと大きく、アイソスピン対称性をもっと歪めている。