

第3章 原子核の安定性

安定な原子核は図3.1のように $Z-N$ 平面上で狭い幅に存在する。
 Z から外れると不安定な核種となり、自発的崩壊が起る。

β崩壊 (弱相互作用)

β⁻崩壊 ... 中性子が電子と反電子ニュートリノを放出して陽子になる現象。

中性子が過剰 (多くの核種で起る)。

β⁺崩壊 ... 陽子が陽電子と電子ニュートリノを放出して中性子になる現象。

陽子が過剰 (多くの核種で起る)。

詳しくは少し後述べる。

核子あたりの結合エネルギーは鉄 $Z=26$ の同位体で最大

⇒ 最も安定な核種

より重い原子核では Z と N の増加 → 結合エネルギーが減少

さらに重い原子核では 原子核が不安定 → 2つ以上の軽い原子核に自発的に分裂
 二体へ崩壊する場合の条件式

$$M(A, Z) > M(A-A', Z-Z') + M(A', Z') \quad (3.1)$$

← 陽子と中性子の数がそれぞれ保存される

α崩壊 ... 崩壊後の原子核(娘核)の一方が ${}^4\text{He}$ の原子核になる崩壊
 (3.1)式で $A'=4$, $Z'=2$ とする崩壊のこと "α粒子と呼ぶ"

[崩壊定数]

崩壊定数 (λ) ... 放射性原子核が単位時間あたり崩壊する確率
 寿命 τ , 半減期 $t_{1/2}$ とする。

$$\tau = \frac{1}{\lambda}, \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (3.2)$$

放射性原子核の崩壊定数は Activity (単位時間あたりの崩壊) と表れる

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad (N: \text{試料中の放射性原子核の数})$$

3.1 β崩壊

質量数が A の原子核 (同重体) を考える。式 (2.8) を変形して

$$M(A, Z) = \alpha \cdot A - \beta \cdot Z + \gamma \cdot Z^2 + \frac{\delta}{A^{1/2}} \quad (3.4)$$

$$T = T_0 \left(\begin{array}{l} \alpha = M_n - m_e + a_s A^{-1/3} + \frac{a_a}{4} \\ \beta = a_a + (M_n - M_p - m_e) \\ \gamma = \frac{a_a}{A} + \frac{a_c}{A^{1/3}} \end{array} \right)$$

↓
古い版を
使ったため
ズレる。

よって、原子核の質量は Z についての 2 次式で表わされる。
質量数が一定のとき、原子核の質量は電荷数 Z の関数として表わされる。
(3.5) から、

$$M(A, Z) = \gamma \left(Z - \frac{\beta}{2\gamma} \right)^2 - \frac{\beta^2}{4\gamma} + \alpha \cdot A + \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

(2.8) から、

$$\delta = \begin{cases} -11.2 \text{ MeV}/c^2 & A \text{ が 偶数 (偶偶核)} \\ 0 \text{ MeV}/c^2 & A \text{ が 奇数 (奇偶核)} \\ 11.2 \text{ MeV}/c^2 & A \text{ が 偶数 (奇奇核)} \end{cases}$$

A が 奇数のとき $\delta = 0$ となり、一本の双物線になる。
 A が 偶数のとき $\delta = \pm 11.2$ となり、垂直にずれた二本の双物線になる。

双物線の最小値は $Z = \frac{\beta}{2\gamma}$ であり、同重体のうち最も質量が小さい原子核が β崩壊に対して安定である。

[奇核の β崩壊]

β⁻崩壊 $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ (3.6)

元の原子の質量よりも娘原子の質量が小さければ、エネルギー的には常に可能

$$M(A, Z) > M(A, Z+1) \quad (3.7)$$

β⁺崩壊 $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ (3.8)

自由な中性子は自由な陽子より大きな質量を持つといえるので、式 (3.8) の過程は (原子核の中でのみ起こりうる) 式 (3.6) の過程は自由な中性子で起こる

β⁺崩壊がエネルギー的に可能な場合は

$$M(A, Z) > M(A, Z-1) + 2m_e \quad (3.9)$$

[偶核のβ崩壊]

質量数が偶数の同重体において、偶偶核と奇奇核の2つの分離した放射物線がある。

特に $A > 20$ ではβ崩壊に(常に)安定な同重体が1つ以上あることがある。
例、 $A=106$ (図3.3) 説明

すべての奇奇核は同重体の質量グラフにおいてより深く束縛された偶偶核がβ崩壊に少ないことも(つある)ので不安定。

例外、軽い原子核 ${}^2_1\text{H}$, ${}^6_3\text{Li}$, ${}^8_4\text{Be}$, ${}^{14}_7\text{N}$

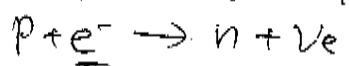
理由 β崩壊で対エネルギーの減少よりも非対称エネルギーの増加が大きい影響を及ぼすため。

→ つまり、奇奇核が偶偶核になるよりも同数の陽子と中性子をもつ原子核であることの方が強いということ

いくつかの奇奇核はβ崩壊だけでなく、β⁺崩壊もする。例 ${}^{19}_9\text{K}$ (図3.4)

[電子捕獲]

原子核より近く雲からの電子の捕獲。電子は(原子核の位置にゼロでない存在確率をもっている)ので、沢のような反応が起こる



重い原子核では(原子核の半径が)大きく電子軌道の半径も大きいので。

電子はK殻から捕獲される事が多い。その場合K殻の電子が(つ足りなければ)上の方のエネルギー準位にある電子が沢々下の方へ連鎖反応を起して移動し、そのとき特性X線を発生する

電子捕獲はβ⁺崩壊と争い、エネルギーの保存より

$$M(A, Z) > M(A, Z-1) + E$$

E : 娘核の原子量の基底エネルギー

↳ 電子捕獲には電子雲から電子がなければ

電子捕獲ではβ⁺崩壊より $2mc^2 = E$ だけ余分に運動エネルギーがある

よって、始めと終りの質量数がたいへん近いので、K-電子捕獲は起るがβ⁺崩壊は起らない場合がある

[寿命]

- β崩壊に対して不安定な原子核の寿命τは数ms ~ 10¹⁶y
- 寿命は解放されるエネルギー E に依存 (1/τ ∝ E⁵) 親と娘原子核の性質にも依存する
- 同重体の隣接した原子核が両方ともβ崩壊に対して安定するとはなれないが、片方が安定なもう片方が長寿命であることはある

3.2 α崩壊

- α粒子 (⁴Heの原子核) は 2, 3 (個) の核子からなる系とは対照的に核子あたり 7 MeV という非常に強い結合エネルギーを持っている (図 2.4)
- α粒子からなる系の放出が特に重要であり、この崩壊の仕方とはα崩壊とよぶ

- 重い原子核のα崩壊の寿命は (0ns ~ 10¹⁷y) と様々である
- α粒子が原子核から出でる確率は量子力学的に計算して、7-07障壁を透過するトンネル効果の確率によって決まる

- 図 3.6 のように薄いポテンシャルの壁をα粒子がトンネル透過する確率を考えると、透過率 T は

$$T \approx e^{-2k\alpha} \quad k = \sqrt{2m|E-V|} / \hbar \quad (3.13)$$

(α: 障壁の厚さ, V: 高さ, E: α粒子のエネルギー)

- 7-07障壁は高さの異なる薄いポテンシャルの壁が寄り集まり、T ものを考えれば、透過率 T は

$$T = e^{-2G} \quad (3.14)$$

G: Gamow 因子は積分において近似的に得られる

$$G = \frac{1}{\hbar} \int_R^{r_1} \sqrt{2m|E-V|} dr \approx \frac{\pi Z_1(Z_2-2) \cdot \alpha}{\beta} \quad (3.15)$$

(β = v/c : 放出されたα粒子の速度)

- α粒子が原子核から出でる単位時間当たりの確率 λ は

$$\lambda = w(\alpha) \frac{v}{R} e^{-2G} \rightarrow \text{透過率}$$

(w(α): α粒子が原子核の中に存在する確率)

α粒子が原子核の壁にぶつかる回数 (w/R) に比例

3.3 核分裂

④ 自発核分裂

図 2.4 から、核子あたりの結合エネルギーは ^{56}Fe 付近の質量の原子核が一番大きい。
 $Z > 40$ の原子核は、より軽い 2 つの原子核に分裂できるが、ポテンシャル障壁が
 大きいため、自発的に起る確率はとて小さい。

原子番号 Z がどれだけ大きければ自発核分裂するかわかり、原子核が変形する際の
 表面エネルギーと γ -D-エネルギーを考慮することで計算できる。

原子核が変形すると、表面エネルギーが増え、 γ -D-エネルギーが減る。
 変形してエネルギー的に得をするとき、その原子核は不安定であると言える。

④ 計算 原子核の体積一定 球体 PS の軸 $a = R(1 + \epsilon)$, $b = R/\sqrt{1 + \epsilon}$ の回転楕円体
 表面エネルギー

$$E_s = a_s A^{2/3} \left(1 + \frac{2}{5} \epsilon^2 + \dots \right)$$

γ -D-エネルギー

$$E_c = a_c A^{-1/3} \left(1 - \frac{1}{5} \epsilon^2 + \dots \right)$$

したがって、変形による全エネルギーの変化

$$\Delta E = (E_s + E_c)(\epsilon) - (E_s + E_c)(\epsilon=0) = \frac{\epsilon^2}{5} (2a_s A^{2/3} - a_c \epsilon^2 A^{-1/3}) \quad (3.19)$$

$\Delta E < 0$ のときエネルギー的に得。核分裂障壁は。

④ 誘導核分裂

誘導核分裂... 低いエネルギーの核分裂障壁をもつ ウラン領域 ($Z \approx 92$) で
 低いエネルギーの中性子を用いた中性子捕獲によってエネルギーを供給し、
 原子核を不安定にさせる分裂。

○ 奇数の中子数の原子核が中子線を吸収すると結合エネルギーと変形エネルギーを解放する。
 これが核分裂に大きな影響を及ぼす。

例 中性子捕獲において

$$\begin{array}{l} {}^{238}\text{U} \text{ は結合エネルギー } 4.9 \text{ MeV 解放} < {}^{239}\text{U} \text{ エネルギーは } 5.5 \text{ MeV} \\ {}^{235}\text{U} \text{ } \quad \quad \quad 6.4 \text{ } \quad \quad > {}^{236}\text{U} \text{ } \quad \quad \quad 5.5 \text{ MeV} \end{array}$$

3.4 原子核の励起状態の崩壊

原子核はいろいろな励起状態を持つ

(図3.10)

↳ 基底状態の J^P を持ったいくつかの離散状態がある

(偶偶核を励起 ... 1-2 MeV 使用し、核子対を離す。 $A > 40$ では 2 MeV 以下ではほとんど励起されない。
奇奇核を励起 ... 低エネルギー (数 100 keV) の励起状態数はかなり多い

④ 電磁学的崩壊

原子核の低い励起状態はいろいろな電磁波を放出して崩壊する。これは級数展開における様々な多重極の重ね合わせで記述される

- | | |
|-----------------------|--|
| E1 ... 電気二重極 (双極子) 放射 | $\left. \begin{matrix} M1 \\ M2 \\ M3 \end{matrix} \right\}$ 磁気多重極放射 |
| E2 ... 千重極放射 | |
| E3 ... 〃 | |

⑤ 連続状態

(ほとんどの原子核は不変子対 $T=1$ の結合エネルギーがおよそ 8 MeV (図2.4参照))

これは 原子核から1つの核子を取り出すのに必要なエネルギー (= 等しい) (分離エネルギー)

このエネルギー以上の励起では核子が1つ放出される。2つは障壁にたどり着かない。強い相互作用のため放出が優先的に起る。

連続状態 ... 粒子放出のしきい値を超える領域

粒子放出のしきい値以上の励起エネルギーでは状態の寿命は短く、幅は広い

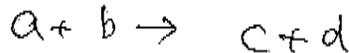
この状態は中性子捕獲や中性子散乱の断面積の測定によって研究される

第4章 散乱

4.1 散乱過程の一般的考察

散乱実験... 粒子の相互作用、原子核の内部構造を知るために重要

- 散乱実験では、ほとんどの場合でほとんを決めたエネルギーを持つ粒子のビームが、散乱中心(標的)にぶつかる。入射粒子と標的が反応が起る



- a: E - a 粒子
- b: 標的粒子
- c } 反応生成物 (2つより多いこともある)
- d }

測定器において反応生成物の発射率、エネルギー、質量、ビーム方向に対する角度を決定する

- E - a (エネルギー $10^{-2} \text{eV} \sim 10^{13} \text{eV}$)

様々な種類の粒子ビームをつくるのが可能。(電子、陽子、中性子重イオン...)

高エネルギー反応において発射するビーム E (更) にもあり 29例として

π 中間子、 K 中間子、ミューオン、ハイペロン、ニュートリノ

短寿命

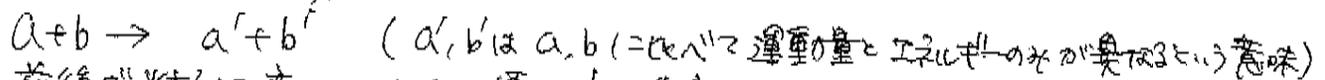
- 散乱物質 (標的となるもの)

固体、液体、気体 が使われる (固定標的型実験)

他の粒子ビームを使うこともある (衝突型実験)

(以下、図4.1の詳しい説明)

- 弾性散乱 (図4.1(a))



散乱前後で粒子は変化はた、標的 b も基底状態のままがある

散乱中心の空間的な形を定めることができる

○ 小さな標的の構造を分解するには 大きなエネルギーの入射粒子が必要

運動量が p の粒子の換算波長 (波長 $\lambda = \lambda / 2\pi$) は

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2 E_{kin} + E_{kin}^2}} \approx \begin{cases} h / \sqrt{2mE_{kin}} & (E_{kin} \ll mc^2) \\ hc / E_{kin} \approx hc / E & (E_{kin} \gg mc^2) \end{cases}$$

($E = E_{kin} + mc^2 = (m^2 c^4 + p^2 c^2)^{1/2}$ として計算) (9.1)

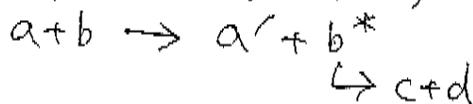
1次元に Δx だけわたった構造を分解するには $\lambda \lesssim \Delta x$ とするには "よい" のぞ、ハイゼンベルクの不確定性原理から粒子の運動量は

$$p \gtrsim \frac{hc}{\Delta x}, \quad pc \gtrsim \frac{hc}{\Delta x} \approx \frac{200 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{\Delta x} \quad (9.2)$$

と仮定

原子核 (半径数 fm)	必要は \sqrt{E} の運動量	10-100 MeV/c
核子 (半径 0.8 fm)	"	100 MeV/c 以上
π-1	"	数 GeV/c

■ 非弾性散乱 (図 9.1 (b))



粒子 a から粒子 b に与えられた運動エネルギーの一部がより高いエネルギー状態 b^* へ励起されるために使われる。励起状態がしばらく経過後は

軽い粒子を放出 (光子やパイ中間子など) → 基底状態へ遷移
2つ以上の粒子に崩壊

○ レプトン数とバリオン数の保存則 (後の章で出てくる) をみたすなら、 a から粒子が反応を許すことはある (図 9.1 (c))。この粒子の全エネルギーが標的の励起に使われる、もしくは、粒子を新たに生成するのに使われる

(図 9.1 (a)) ... 正面衝突する a と b は反応

4.2 断面積

断面積... 衝突する2つの粒子間に反応が起こる確率を与える量
 散乱実験に於て反応を記述し解釈するのには最も重要な量である

● 幾何学的な反応断面積 (図4.3)

N (全反応率) ... 単位時間あたりの反応の合計数、 σ_b を決める直接的な量

N_A ... e^- の粒子の単位時間あたりの数

フลักス (Φ_a) ... 単位時間当たりに入射する e^- の粒子の数

$$\begin{aligned} \Phi_a &= n_a v_a \quad (n_a: \text{粒子密度}, v_a: \text{粒子の速度}) \\ &= \frac{N_A}{A} \end{aligned} \tag{4.3}$$

次元は $1 / (\text{面積} \times \text{時間})$

散乱中心が互いに独立して重ならず、散乱中心で独立に散乱が起こる場合、
 全反応率 N は 入射フลักス Φ_a と e^- が見た目標的粒子の断面積の積となる。

$$N = \Phi_a \cdot N_b \cdot \sigma_b \tag{4.4}$$

($N_b = n_b \cdot A \cdot d$: e^- が覆う面積中に存在する目標的粒子の総数)

● 幾何学的反応断面積 ... 個々の散乱中心が 入射粒子 a_i に対して占めている面積
 粒子空間的に均一で時間的に一定の時

$$\sigma_b = \frac{N}{\Phi_a \cdot N_b} = \frac{\text{単位時間あたりの反応数}}{\text{単位時間あたり単位面積あたりの} e^- \text{粒子数} \times \text{散乱中心の数}} \tag{4.5}$$

粒子が空間的に均一ではないが、散乱中心の面積密度が一定の時

$$\sigma_b = \frac{\text{単位時間あたりの反応数}}{\text{単位時間あたりの} e^- \text{粒子数} \times \text{単位面積あたりの散乱中心の数}}$$

断面積

標的粒子の幾何学的な断面積は多くの場合 実交り断面積のよい近似になっている。しかし、一般的には 2つの粒子が反応する確率は幾何学的に予想される値とは大きく異なる。また、反応確率はエネルギーに依存する。
強く

入射粒子に対する散乱中心の作用に決定的な意味をもつのは、相互作用ポテンシャルの形と至り距離、相互作用の強さである。

入射粒子のフラックスと散乱中心の面積密度と反応率からその相互作用を決定することは可能である。以下で全断面積を定義する。

全断面積 σ_{tot} とすると、

$$\sigma_{tot} = \frac{\text{単位時間あたりの反応数}}{\text{単位時間あたりの入射粒子数} \times \text{単位面積あたりの散乱中心の数}}$$

また、全断面積は以下の2つに分割できる。

σ_{el} ... 弾性反応の断面積

σ_{inel} ... 非弾性反応の断面積 (可能な反応経路ごとに単に分割できる)

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{inel}$$

(4.6)

断面積は面積の次元であり、しばしば barn の単位が使われる。

$$1 \text{ barn} = 1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ millibarn} = 1 \text{ mb} = 10^{-31} \text{ m}^2$$

ex. エネルギーが 10 GeV の場合の断面積

陽子-陽子散乱

$$\sigma_{pp}(10 \text{ GeV}) \approx 40 \text{ mb}$$

(4.7)

ニュートリノ陽子散乱

$$\sigma_{\nu p}(10 \text{ GeV}) \approx 7 \times 10^{-4} \text{ b} = 70 \text{ fb}$$

(4.8)

■ ルミナシティ

L = \Phi_a \cdot N_b (9)

次元は 1 / (面積 x 時間)

式(8)と N_b = n_b \cdot d \cdot A から、

L = \Phi_a \cdot N_b = n_a \cdot n_b \cdot d = n_a \cdot v_a \cdot N_b (10)

・ 見方切りで 2つの粒子ビームが衝突する場合を考慮
粒子は1次元化されてリングを周回している NaとNb個の粒子が、1秒間にj個の粒子は、Lを円周がLの見方切り=1秒、速さvが互反対向きに走らせると衝突の相互作用点にj秒、2秒、

単位時間には走る粒子はLと同じの衝突は j \cdot v / v_0 回
L=1/秒は

L = \frac{N_a \cdot N_b \cdot j \cdot v / v_0}{A} A: 衝突点のLの断面積 (11)

ビーム粒子がLの中心のあたりは、水平垂直にガウス分布しているとき、その分布の標準偏差をそれぞれ \sigma_x, \sigma_y とすると、

A = 4\pi \sigma_x \cdot \sigma_y (12)

・ L=1/秒を高くするには相互作用点でのLを大きい断面積にしないといけない。

■ 微分断面積

実際に実験を行う場合、反応数はすべて記録されない。

ビーム方向に打ち出し角度 \theta で距離 r のところには面積 A の検出器をおき、立体角 \Omega = A / r^2 を覆う

この検出器が検出した反応の計数率は微分断面積に比例する

N(E, \theta, \Omega) = L \frac{d\sigma(E, \theta)}{d\Omega} \Omega (13)

・ 2重微分断面積 d^2\sigma(E, E', \theta) / d\Omega dE'

散乱した粒子のエネルギー E' を検出器に記録されると、全断面積は

\sigma_{tot}(E) = \int_0^{E_{max}} \int_{4\pi} \frac{d^2\sigma(E, E', \theta)}{d\Omega dE'} d\Omega dE' (14)