

6.1 核子の形状因子

水素と重水素の原子核をターゲットに電子を弾性散乱させた。

→ 陽子と中性子についての情報を得られた。

→ ターゲットが水素や重水素のため5章までの議論では問題が生じた。

◦ 反跳

核子の軌道径方向の広がり $\sim 0.8 \text{ fm}$

これを研究するために必要な分解能は $10^{-15} \gtrsim \lambda = \frac{h}{p}$

即ち電子のエネルギー $E \gtrsim 10^2 \text{ MeV}$

これは核子の質量 $M \approx 938 \text{ MeV}/c^2$ と同程度の値 (5.15) 式より反跳エネルギーを無視できない

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}^* \frac{E'}{E} \quad (6.1)$$

反跳により電子のエネルギーも変わったため、4元運動量保存を用いる必要がある

$$P = \left(\frac{E}{c}, \mathbf{p}\right), \quad P' = \left(\frac{E'}{c}, \mathbf{p}'\right)$$

$$q^2 = (P - P')^2 = 2m_e^2 c^2 - 2 \left[\frac{EE'}{c^2} - |\mathbf{p}| |\mathbf{p}'| \cos \theta \right]$$

$$\approx - \frac{4EE'}{c^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (6.2)$$

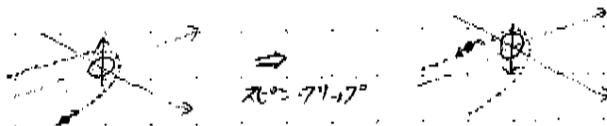
第1項は無視し $|\mathbf{p}| \approx \frac{E}{c}$ とし

$$\text{よって } q^2 \approx -q^2 \quad (6.3)$$

◦ 磁気モメント

電子と核子の磁気モメントの相互作用も考慮しなければならない。

磁気的相互作用により核子のスピンの反転 (スピンフリップ) が起こると、5.3節からの類推で $\cos^2 \frac{\theta}{2}$ の代わりに $\sin^2 \frac{\theta}{2}$ の因子がつく。



よって、角運動量の保存を満たす

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{spin}} = \underbrace{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}}_{\text{磁気相互作用なし}} + \underbrace{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Ruth}}}_{\text{あり}} \cdot 2\tau \sin^2 \frac{\theta}{2} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left[1 + 2\tau \tan^2 \frac{\theta}{2}\right] \quad (6.4) \quad (6.5)$$

$$\tau \sim \text{相互作用の行列要素の二乗} \propto \frac{Q^2}{4M^2} \quad (6.5) \quad (6.6)$$

○ 異常磁気モーメント

• Dirac 粒子 → 内部構造を持たない

$$\mu = \frac{g}{2} \frac{e\hbar}{2M} = \frac{g}{2} \mu_N \quad (6.6) \quad (6.4)$$

電荷あり $g=2$
電荷なし $g=0$

• 核子 → 内部構造を持つ

$$\mu_p = \frac{g_p}{2} \mu_N = +2.79 \mu_N \quad (6.7)$$

$$\mu_n = \frac{g_n}{2} \mu_N = -1.91 \mu_N \quad (6.8)$$

$$\mu_N: \text{核磁子} \quad \mu_N = \frac{e\hbar}{2M} = 3.1525 \times 10^{-14} \text{ MeV} \cdot \text{T}^{-1} \quad (6.9)$$

原子核と同様に、形状因子を用いて記述可能。電荷的分布 $G_E(Q^2)$ と磁気的分布 $G_M(Q^2)$ の二種類が必要となる。

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left[\frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2(Q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (6.10)$$

(ロ-レンツ-アインシュタインの公式)

$$Q^2 \rightarrow 0 \text{ の極限では } G_E^{pn}(Q^2) \rightarrow \frac{Q^{pn}}{e} \quad (Q^{pn}: \text{各核子の電荷})$$

$$G_M^{pn}(Q^2) \rightarrow \frac{\mu^{pn}}{\mu_N} \quad (6.11)$$

と決まっている。

G_E (点状) では (6.4) 式に一致する。

$$\text{(図 6.1) 傾き: } 2\tau G_M^2(Q^2), \text{ 切片: } \frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau}$$

(図 6.2) 図 6.1 の傾きは G_M , G_E を決めた後 Q^2 を変えて繰り返すことで Q^2 依存性を見る。

図 6.2 の測定値は g_p, g_n, G_M, G_E は双極子型で近似される。

$$G_E^p(Q^2) = \frac{g_p(Q^2)}{2.79} = \frac{g_n(Q^2)}{-1.91} = G^{\text{dipole}}(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0.71 (\text{GeV}/c)^2}\right)^{-2} \quad (6.12)$$

表5.1, 図5.6 式(6.12)で表された双極子型形状因子は, 指数関数型で減少する分布になる。

$$\rho(r) = \rho(0) e^{-ar} \quad (a = 4.27 \text{ fm}^{-1}, (6.12) \text{ 式で } 0.71 (\text{GeV}/c)^2 = a^2 \text{ (1a)}) \quad (6.13)$$

(*) したがって, この議論が通用できるのは, $|\mathbf{q}|^2 \ll a^2$ となる場合である。

(5.48) ~ (5.51) 式と同様に考えよう。

$$\langle r^2 \rangle_{\text{dipole}} = -6a^2 \left. \frac{dG^{\text{dipole}}(Q^2)}{dQ^2} \right|_{Q^2=0} = \frac{12}{a^2} = 0.66 \text{ fm}^2$$

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle_{\text{dipole}}} = 0.81 \text{ fm} \quad (6.14)$$

Q^2 の小さな値では G_{EM} は双極子型から外れかたに外れ, 測定が

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle_p} = 0.862 \text{ fm} \quad (6.15)$$

G_E^p には (6.12) 式で表された実験的決りかけは存在しない。

自由な中性子だけを Q^2 外に打つことはできない。

→ 逆に低速中性子を原子の殻電子に散乱させる。

$$-6a^2 \left. \frac{dG_E^p(Q^2)}{dQ^2} \right|_{Q^2=0} = -0.113 \pm 0.005 \text{ fm}^2 \quad (6.16)$$

⇒ 中性子は全体の電荷は 0 だが, 内部には電荷を持つ構成要素が存在している。

6.2. 弾性散乱

・核子による電子の弾性散乱 → E と θ を決めれば E' が一意に決まる (5.15 式)

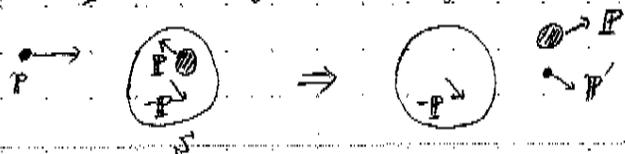
・原子核内の個々の核子による電子の散乱 → 中程の長いピッチを持つ球状スピン (図 6.3)
(非弾性散乱) ⇒ 原子核の内部の情報が出される。

二ハルズ近似

(電子は核子と個別に相互作用をする)

(核子同士は相互作用せず, 原子核から出てくる)

核子は原子核にポテンシャルで束縛されているが, その中で運動量 \mathbf{p} を持ち, 自由に運動しているものとできる。 → フェルミ液体 (17.1 節)



運動量とエネルギーの保存から、電子が陽子への反跳-移行を ν とすると

$$\begin{aligned} \nu &= E - E' = E_p - E_p' = \left(Mc^2 + \frac{P'^2}{2M} \right) - \left(Mc^2 + \frac{P^2}{2M} - S \right) \\ &= \frac{(P-P')^2}{2M} + S = \frac{q^2}{2M} + S + \frac{2|q||P| \cos \alpha}{2M} \quad (6.18) \end{aligned}$$

$q = P - P'$, α : q と P の成す角

原子核中の核子の運動が等方的で isotropic と平均値 ν_0 と幅 σ_ν を求め

$$\nu = \nu_0 \pm \sigma_\nu$$

$$\nu_0 = \frac{q^2}{2M} + S \quad (6.19)$$

$$\sigma_\nu = \sqrt{\langle (\nu - \nu_0)^2 \rangle} = \frac{|q|}{M} \sqrt{\frac{1}{4\pi} \int d\Omega \cos^2 \alpha \langle P^2 \rangle} = \frac{|q|}{M} \sqrt{\frac{1}{3} \langle P^2 \rangle} \quad (6.20)$$

Fermi 運動量

Fermi 気体では次の関係が成り立つ

$$P_F^2 = \frac{5}{3} \langle P^2 \rangle \quad (6.21)$$

測定より、以下のことがわかった。

• S は 17 MeV (Li) から質量数 A の増加と共に大きくなる 44 MeV (Pb) である。

• 軽い原子核を除く $P_F \approx 250 \text{ MeV}/c \leftarrow A$ に依存しない (6.22)

⇒ (表 6.1)

6.3 ${}^1\text{H}$ 中陽子と K 中陽子の電荷半径

中性子と同様に、高エネルギーの中陽子を水素原子の電子に散乱させ、反跳した電子を容易に測する。

${}^1\text{H}$ 中陽子、 K 中陽子は $Z \neq 0 \rightarrow$ 電氣的形状因子のみ

$$G_E(q^2) = \left(1 + \frac{q^2}{a^2 k^2} \right)^{-1} \quad (\text{図 6.4}) \quad (6.23)$$

6.1 節と同様に、 $\langle r^2 \rangle = \frac{6}{a^2}$

例) 平均自覚半径は

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle_p} = 0.67 \pm 0.02 \text{ fm}$$

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle_K} = 0.58 \pm 0.04 \text{ fm}$$

(6.23) は単極子型であり (6.12) よりゆるやかに減少するので、電荷の空間的分布は陽子よりも小さくなる事がわかる

⇒ 内部構造の違い

陽子は $u-u-d$ に対して、パイ中間子と K 中間子は $u-d$ と $u-s$ の対

1 核子の励起状態

5.5節で議論したように、原子核による電子散乱のスペクトルは弾性散乱の隣に他のピークが現れる。核子による電子散乱も同様のスペクトルが観測される。

図 7.1

- $E' = 4.5\text{GeV}$ あたりの大きいピーク:弾性散乱
- $E' = 3.5\text{GeV}$ あたりのピーク:非弾性散乱
これらのピークは核子の励起状態によるもので、核子共鳴と呼ばれている。
- 陽子に励起状態がある \Rightarrow 陽子に内部構造があり、合成された系であることを示唆。
普遍質量を W とする。交換された光子の 4 元運動量を q , 始状態の陽子の 4 元運動量を P とすると

$$W^2 c^2 = P'^2 = (P + q)^2 = M^2 c^2 + 2P \cdot q + q^2 = M^2 c^2 + 2M\nu - Q^2$$

ここで $\nu = \frac{P \cdot q}{M}$ はローレンツ不変量。

標的陽子が静止している実験室系では、 $P = (Mc, 0)$ なので、 $q = (\frac{E-E'}{c}, \mathbf{q})$ したがって実験室系では $\nu = E - E'$ は仮想光子により電子から陽子へ移行したエネルギー。

$\Delta(1232)$ 共鳴

- 図 7.1 の $E' = 4.2\text{GeV}$ 近傍のピーク $\Rightarrow W = 1232\text{MeV}/c^2$ ($200\text{MeV} \cdot \text{fm} = \hbar c = 1$) の粒子を $\Delta(1232)$ 粒子という。(ここでは Δ^+)
- 核子共鳴は典型的に $\Gamma \approx 100\text{MeV}$ 程度の真のエネルギー幅 \Rightarrow 寿命が短い。
 $\Delta(1232)$ 粒子: 120MeV の幅 $\Rightarrow \tau = 5.5 \times 10^{-24}\text{s}$ 。これは強い相互作用の典型的なスケール。
- Δ^+ 共鳴は
 $\Delta \rightarrow p + \pi^0, \Delta \rightarrow n + \pi^+$
にただちに崩壊。その際により軽い粒子である中間子 (パイ中間子) が発生。

2 構造関数

- 核子の構成要素を探すには十分は分解能が必要
 \Rightarrow 探子となる粒子ビームのドブロイ波長 $\lambda \ll R$ (核子半径) $\Leftrightarrow \frac{\hbar^2}{R^2} \ll Q^2$
 不変質量 $W \geq 2.5 \text{ GeV}/c^2$ になると励起スペクトルに共鳴の個々のピークが見られなくなる。代わりに強い相互作用する粒子 (ハドロン) が数多く生成される。
- 弾性散乱では E が決まってる場合自由度は一つしかない。 $W=M$ より $2M\nu - Q^2 = 0$
 非弾性散乱では陽子の励起エネルギーに自由度が一つ入る。この場合 $W \geq M$ で $2M\nu - Q^2 \geq 0$
 散乱断面積は

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} [W_2(Q^2, \nu) + 2W_1(Q^2, \nu) \tan^2 \frac{\theta}{2}]$$

$W_1(Q^2, \nu), W_2(Q^2, \nu)$ は構造関数 (弾性散乱における形状因子に相当)

- ビョルクンのスケールン変数と呼ばれる新しいローレンツ不変量で議論を進める

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} = \frac{Q^2}{2M\nu} \text{ (無次元量、散乱過程の非弾性度を示す)}$$

弾性散乱 ($W=M$): $2M\nu - Q^2 = 0 \Rightarrow x = 1$

非弾性散乱 ($W \geq M$): $2M\nu - Q^2 \geq 0 \Rightarrow 0 < x < 1$

図 7.2 Q^2 の増加とともに弾性散乱から非弾性散乱を経て深非弾性散乱に変遷する様子が示される。

- Q^2 が小さく仮想光子の波長が大きいときは弾性散乱しか観測されない。
- 仮想光子の波長と核子半径と同程度になると励起された状態への遷移が見られる。
- 仮想光子の波長がさらに小さくなると電子は核子の電荷をもつ構成要素によって散乱される。
- 電子が核子によって散乱されたと仮定すると

$$x = \frac{1}{n} \cdot \frac{Q^2}{2P \cdot q} \text{ (} n \text{ は構成要素, } P \text{ は核子の構成要素の 4 元運動量)}$$

したがって $x = 1/3 \Rightarrow n = 3$ 。つまり核子の中に構成要素が 3 つある。ピークに幅があるのは構成要素のフェルミ運動による。

構造関数 $W_1(Q^2, \nu), W_2(Q^2, \nu)$ の代わりに次元のない構造関数

$$\begin{cases} F_1(x, Q^2) = Mc^2 W_1(Q^2, \nu) \\ F_2(x, Q^2) = \nu W_2(Q^2, \nu) \end{cases}$$

を使う。

図 7.4

- これらは x を固定したとき全く Q^2 に依存しないか極弱くした依存しない
- 構造が Q^2 しか依存しない \Rightarrow 点電荷による散乱 (図 5.6)
- 核子は天井の構成要素からなる内部構造を持つ

F_1 は磁氣的相互作用に起因。スピン 0 では F_1 はきえる。

スピン 1/2 $\Rightarrow 2xF_1(x) = F_2(x)$

(カラングロスの関係式)

図 7.5

- より実際の比 $2xF_1/F_2$ はほぼ 1。
- 核子の点状の構成要素のスピン 1/2 を持つ

3 パートン模型

- ファインマンビョルケン of 解釈: 陽子の構成要素 = パートン (現在では電荷を帯びたパートンはクォーク、中性のパートンはグルーオン)
- 深非弾性散乱 \rightarrow 電子とパートンの弾性散乱 (インパルス近似)。陽子の 4 元運動量を P 、パートンが持つ運動量を yP とする

$$(yP + q)^2 = (m_q c^2)^2 \Rightarrow y = \frac{-M\nu}{P^2} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{Q^2 P^2}{M^2 \nu^2}} \right)$$

$$P^2 = M^2 c^2, x = Q^2 / 2M\nu \text{ より}$$

$$y = \frac{2x}{1 + \sqrt{1 + \frac{4x^2 (Mc)^2}{Q^2}}}$$

$Q^2 \gg (Mc)^2$ のとき

$$y \approx \frac{x}{1 + \frac{(Mc)^2 x^2}{Q^2}} \approx x$$

つまり x は 相互作用するパートンが持っている縦方向の運動量と陽子の全運動量の比と解釈できる。

Breit 座標系 (図 7.6)

- この系で光子はエネルギーを持たない
- この系では x はパートンが持つ 3 元運動量の割合に等しい
- 深非弾性散乱の位置分解能 \sim 仮想光子の換算波長 $\bar{\lambda}$
実験室系 ($q_0 = \nu/c$)

$$\bar{\lambda} = \frac{\hbar}{|q|} = \frac{\hbar c}{\sqrt{\nu^2 + Q^2 c^2}} \approx \frac{\hbar c}{\nu} = \frac{2Mx\hbar c}{Q^2}$$

Breit 座標系では $\bar{\lambda} = \frac{\hbar}{|q|} = \frac{\hbar}{\sqrt{Q^2}}$

4 パートン模型による構造関数の解釈

- 核子の中には量子数を決定するバレンスクォークのほかに、グルーオンから対生成対消滅を繰り返す海クォークが一杯。
- $q_f(x)$ 、 $g(x)$ を反クォーク、グルーオンの運動量分布とすると
構造関数 $F_2(x) : x \cdot \sum_f z_f^2 (q_f(x) + \bar{q}_f(x))$
重陽子、陽子、中性子の構造関数を F_2^d, F_2^p, F_2^n とすると

$$F_2^d \approx \frac{F_2^p + F_2^n}{2} = F_2^N$$

- ビーム粒子にミューオンやニュートリノを用いればクォークの情報を得られる。ニュートリノは弱い相互作用でクォークの弱荷に結合。ニュートリノと反ニュートリノの散乱を組み合わせると陽子中性子の中のクォーク (バレンス、海) の運動量分布を分離して区別することができる。

構造関数の x の依存性

図 7.7

- 海クォークは x の小さいときのみ構造関数に寄与する。
- バレンスクォークは $x \approx 0.2$ で最大値を持ち $x \rightarrow 1, x \rightarrow 0$ で 0 になる。
- 分布に広がりを持っているのはフェルミ運動をしている。
- 大きな x で F_2 が小さい \rightarrow 1 つのクォークが核子の運動量の大部分を持っている。

原子核効果

- 原子核の典型的スケール (結合エネルギー) ~ 数 MeV、運動量 (フェルミ運動量) ~ 数 MeV/c。散乱実験の Q^2 ~ 数 GeV よりはるかに小さい
⇒ 核子が自由散乱の場合と原子核に束縛された状態の散乱では変わらないはず。
- 実際のクォークの運動量分布に原子核媒質の影響が観測された → EMC 効果

図 7.8

- この効果は核子が束縛された場合にはクォークの運動量分布が x の小さいほうへシフトすることを示す。
- x が 1 に近づくと比は急激に増加。→ 核子のクラスターによる電子散乱。
- $x \lesssim 0.1$ で構造関数が減少する → 光子が強い相互作用するクォークに結合。(原子核のシャドーイング)

図 7.9

- 仮想光子はクォーク反クォーク対になりまた仮想粒子に戻る。このクォーク対は原子核と強い相互作用する。3次元運動量は保存するがエネルギーは保存しない。
- 仮想光子の 4元運動量 $q = (\nu, \mathbf{p})$ は

$$(\mathbf{p}c)^2 = \nu^2 - (qc)^2 = \nu^2 + (Qc)^2$$

仮想クォーク対のエネルギーは

$$\nu' = \sqrt{(\mathbf{p}c)^2 + (2m_q c^2)^2} = \sqrt{\nu^2 + (Qc)^2 + (2m_q c^2)^2}$$

(クォーク反クォーク対を質量 $2m_q$ の 1 粒子とする)

$m_q c^2 \ll \nu, Qc \ll \nu$ とすると

$$\nu' = \nu \left(1 + \frac{(Qc)^2}{2\nu^2} \right)$$

振動におけるエネルギーの非保存量は

$$\Delta\nu = \nu' - \nu = \frac{M(Qc)^2}{2M\nu} = Mc^2 x$$

寿命は

$$\Delta t c = \frac{\hbar c}{\Delta\nu} = \frac{\hbar c}{Mc^2 x}$$

- $\frac{\hbar}{Mc} \approx 0.2 \text{ fm}$ (核子のコンプトン長) \approx 原子核内の核子間隔
図 7.8 は $x \approx 0.1$ ではクォーク対の振動によって原子核のシャドローイングが起こると解釈できる。原子核が厚くなればなるほどこの効果は大きくなる。