

クオーコニウム

平成 24 年 9 月 21 日

重いクオーケ-反クオーケの束縛系 ($c\bar{c}, d\bar{d}$) を考える。クオーケの質量は重いので非相対論近似が有効。束縛力は違うがポジトロニウムや水素原子とのアナロジーが存在する。

1 水素原子とポジトロニウムの類似性

水素原子のクーロンボテンシャル下での非相対論的シュレディンガー方程式は

$$(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 - \frac{\alpha\hbar c}{r})|\psi\rangle = E|\psi\rangle$$

解はルジャンドルの陪多項式 $R_{nl}(r, \theta, \phi)$ と球面調和関数 $Y_{lm}(\theta, \phi)$ で

$$\psi_{nlm}(e, \theta, \phi) = R_{nl}(r, \theta, \phi)Y_{lm}(\theta, \phi)$$

エネルギー固有値は $E_n = -\frac{\alpha^2 m_e c^2}{2n^2}$

換算質量は $m = \frac{M_p m_e}{M_p + m_e} \approx m_e = 0.511 MeV/c^2$

エネルギーは n のみに依存し、 l は 0 から $n-1$ まで n 個、 m は -1 から +1 まで $2n$ 個とれ、1 つの E_n で n^2 この縮退がある

基底状態で $E_1 = -13.6 eV$

ボーア半径 $r_b = \frac{\hbar c}{\alpha m_e c^2} = 0.53 \times 10^{-5} fm$

実際はスピン-軌道相互作用(微細構造)やスピン-スピン相互作用(超微細構造)により縮退はとけるが、エネルギー補正は極めて小さい。

微細構造を考慮して状態を nl_j と表す。超微細構造の効果を記述するには第 4 の量子数 $f = j + i$ を用いる

ポジトロニウム

換算質量 $m = m_e/2$ でボーア半径が 2 倍になり、電子の磁気モーメントは陽子の 650 倍なのでスピン-スピン相互作用がずっと大きいである。そのため水素原子のように微細構造が見えさらに超微細構造が見えることはない。スピン軌道相互作用とスピンスピン相互作用は同じぐらいの大きさ、ポジトロニウムの状態を指定するには主量子数 n 、軌道角運動量 L 、全スピン S 、全角運動量 J が必要である。

ポジトロニウムの状態を $n^{2S+1}L_J$ と書く

ポジトロニウムは電子陽電子系なので対消滅し寿命は有限。 $L = 0$ の時は 2 個の光子に、 $L=3$ の時は 3 個の光子に崩壊する。

基底状態のポジトロニウム 1^1S_0 の崩壊幅は

$$\Gamma(1^1S_0 \rightarrow 2\gamma) = \frac{a\pi\alpha^2 h^3}{m_e^2 c} |\psi(0)|^2$$

$|\psi(0)|^2$ は c^+ と e^- が 1 点で出会う確率。寿命はおよそ 10^{-10}s

2 チャーモニウム

$c\bar{c}$ 対は重心系のエネルギーが 3-4.5 MeV 近傍の e^+e^- 衝突で作ることができる。断面積のピークを探することで様々な共鳴状態が検出される。この共鳴状態がチャーモニウムの様々な量子状態に対応する。 e^+e^- 衝突で $c\bar{c}$ 対を作った場合、中間状態に光子があるため光子と同じ量子数 $J^P = 1^-$ を持つ $c\bar{c}$ 対のみが生成される。もっともエネルギーの低い 1^3S_1 を J/ψ と呼び、質量は $3.097\text{GeV}/c^2$ である。励起状態に対応する共鳴も $4.4\text{GeV}/c^2$ まで検出されている。(図 13.3)

チャーモニウムの崩壊

1. おもに強い相互作用でハドロンに崩壊
2. 励起状態は光子を放出して低い励起状態になることもできる

立体核を覆う $a\pi$ 検出器を使って脱励起の際に出る光子のエネルギースペクトルを測ることでチャーモニウムのエネルギー準位を調べることができる

図 13.5 チャーモニウムの励起状態 $\psi(2^3S_1)$ の光子スペクトルを図るといくつかピークが見える。ピークは選択則 $\Delta L = 1, \Delta S = 0$ に従う電気双極子遷移。全角運動量 $J=0, 1, 2$ の正パリティのを持つ中間状態が作られる。波動関数の空間パリティは $(-1)^L$ 。ディラック理論によりフェルミ粒子と反フェルミ粒子は反対の内部パリティを持つ。よって $q\bar{q}$ は $(-1)^{L+1}$ のパリティを持つ。

$$\psi(2^3S_1) \rightarrow \psi(1^3P_J) = \chi_c \rightarrow J/\psi$$

またスピン 0 の状態 $n^1S_0 = \eta_c$ は e^+e^- 衝突で直接作られることなく J/ψ や $\psi(2^3S_1)$ からの磁気双極子遷移によって直接作られる。

3 クォーク、反クォークポテンシャル

ポジトロニウムの 2P 状態とチャーモニウムの 1P 状態はエネルギー スケールが違うだけでよく似た状態である。(図 13.6) ただしチャーモニウムの高い励起状態はポジトロニウムと違い $1/n^2$ には従わない。このことから強い相互作用のポテンシャルは $n = 1, 2$ の近距離ではクーロン型で長距離では線形に大きくなると考えられる。つまり

$$V = a \frac{4\alpha_s(r)hc}{3r} + kr$$

と書けると仮定する。4/3 はクォークの色が 3 種類あることに対応し、結合定数 α_s は定数ではなく距離に依存する。この性質は QCD から得られ、クォークの漸近的自由を意味する。(この性質から非弾性散乱ではクォークは自由粒子だとみなせる)

kr 項はブラックスチューブをもたらし、クォーク間の力線は引っ張られており (図 13.7) k はひもの張力と呼ばれる。

クォークの質量は運動に依存するので $c\bar{c}$ 対のエネルギー準位は運動エネルギーに含まれる m_c にも依存する。(m_c は構成子クォークの質量)

α_s, k, m_c は実験データで $\alpha \approx 0.15 \sim 0.25, k \approx 1\text{GeV}/fm, m_c \approx 1.5\text{GeV}/c^2$ 、この結合定数は電磁

相互結合定数よりも 20~30 倍大きい(図 13.8)

このボテンシャルはチャーモニウムのエネルギー準位を説明するには不十分。水素原子同様 P 状態の縮退はスピン-軌道相互作用で解ける。

このボテンシャルに逆らってクォークを取り出そうとすると無限大の仕事が必要。したがってカラーを持つ粒子を単独で取り出すことはできない。ただしクォークを取り出そうと引き離すと新たなクォークができ、ボテンシャルによる場のエネルギーがクォーク、反クォークついに変換され、無色のハドロンができる。

4 色磁気相互作用

チャーモニウムやポジトロニウムでは S 状態が強く分裂している。これはスピン-スピン相互作用によるものである。

ポジトロニウムのスピン-スピン相互作用は以下のようにかける。

$$V_{ss}(e^+ e^-) = \frac{-2\mu_0}{3} \mu_1 \cdot \mu_2 \delta(x)$$

μ_0 は真空の誘電率

電子陽電子の磁気モーメントは $\mu_i = \frac{z_i e \hbar}{2m_i} \sigma_i$ 、ただし $z_i = Q_i/e = \pm 1$ である。

これから $V_{ss}(e^+ e^-)$ は

$$V_{ss} = \frac{2\pi\hbar^3}{3c} \alpha \frac{\sigma_1 \cdot \sigma_2}{m_e^2} \delta(x)$$

クォークのカラーは色磁気相互作用と呼ばれるスpin-スpin相互作用をもたらす。

$$V_{ss}(q\bar{q}) = \frac{8\pi\hbar^3}{9c} \alpha_s \frac{\sigma_q \cdot \sigma_{\bar{q}}}{m_q m_{\bar{q}}} \delta(x)$$

色磁気エネルギーはクォークと反クォークのスpinの相対的な方向に依存する。

$\sigma_q \cdot \sigma_{\bar{q}}$ の期待値は

$$\begin{aligned} \sigma_q \cdot \sigma_{\bar{q}} &= \frac{4}{\hbar^2} s_q \cdot s_{\bar{q}} = \frac{2}{\hbar^2} (S^2 - s_q^2 - s_{\bar{q}}^2) = 2(S(S+1) - s_q(s_q+1) - s_{\bar{q}}(s_{\bar{q}}+1)) \\ &= \begin{cases} +1, & (S=1) \\ -3, & (S=0) \end{cases} \end{aligned}$$

となるので この効果によるエネルギー分離は

$$\Delta E_{ss} = \langle \psi | V_{ss} | \psi \rangle = a \frac{8\pi\hbar^3}{9c} \frac{\alpha_s}{m_q m_{\bar{q}}} |\psi(0)|^2$$

となる、原点における波動関数 $|\psi(0)|^2$ は S 状態にのみ 0 ではないので、この分裂は S 状態にのみ重要

チャーモニウムのスペクトルから得られるクォークの質量は構成子クォークの質量である。チャーモニウムの入ったハドロンの質量が軽いクォークからなるハドロンよりも 4~10 倍重いことは c クォークの構成子の質量が主に裸のクォークの質量からなることを示唆する。

5 ボトニウムとトッポニウム

重心系エネルギーが 10MeV の近傍の e^+e^- 衝突で狭い共鳴状態が見つかり $b\bar{b}$ の束縛状態としてボトニウムとして名づけられた。このうちエネルギー準位が最も低い状態を Υ と呼び、質量は $9.46\text{GeV}/c^2$ である。ボトニウム間の遷移も見つかり、スペクトルがチャームときわめてよく一致している。(図 13.9) このことは $q\bar{q}$ 間のポテンシャルがクォークのフレーバーに依存しないことを示唆する。

6 重いクオーコニウムの崩壊チャンネル

クオーコ-反クオーコ間の崩壊チャンネルは 4 通り

1. 電磁相互作用 光子を放出して励起状態が変わる
2. 強い相互作用、電磁相互作用 対消滅して実光子、仮想光子、グルーオンになる
3. 強い相互作用 真空から一対以上の $q\bar{q}$ 対を作つて軽い中間子になる
4. 弱い相互作用 重いクオーコのフレーバーが変わり、軽いクオーコになる

このうち (3) がもっともおこりやすいが、 $q\bar{q}$ を結合エネルギーから作らなければならないのであるしきい値以上のエネルギーを持つ場合のみおこる。(2) からハドロンが作られる OZI 則により小さくなる。このような事情で (1) のような電磁相互作用による比較的遅い過程を検出できる。

7 崩壊幅による QCD テスト

クオーコニウムの崩壊幅を調べることで強い相互作用の結合定数 α_s の情報が得られる。チャーモニウムは 2 個の光子に崩壊する。この崩壊比は

$$\frac{\Gamma(2\gamma)}{\Gamma(2g)} = \frac{8\alpha^2}{9\alpha_s^2}(1 + \epsilon)$$

となる。この崩壊比を調べることで α_s の値を知ることができる。測定値は $\alpha_s \approx 0.20$ となり、チャーモニウムのスペクトルから得た値と一致する。ほかの崩壊チャンネルの測定とも一致する。このことは $q\bar{q}$ の対消滅は電磁相互作用の場合も強い相互作用の場合も同じ形に記述できることを意味する。

14 軽いクォークから成る中間子

前章で扱った重いクォークとは違い、軽い香り (u,d,s) のみで構成される中間子の区別は難しい。そのため、中間子を 3 つの怪い香りからなる混合状態と想定しなければならない。クォークの質量が怪いため、非相対論的に扱うことが出来ないことに注意する。

14.1 中間子の多重項

- 中間子の量子数

中間子の基底状態は軌道角運動量 $L = 0$ と仮定する。クォーク、反クォークは反対の内部パリティを持つので、中間子のパリティは $(-1)^{L+1} = -1$ 。スピンを合成すると $S = 1 \text{ or } 0$ であり、これが全角運動量 J である。

$J^P = 0^-$ 状態の中間子を擬スカラー中間子、 $J^P = 1^-$ 状態の中間子をベクトル中間子と呼ぶ。

- アイソスピンとストレンジネス

最も軽い u,d についてまず考える。構成子質量はともに約 300MeV であるため、同じ量子数を持つ縮退した状態間では混合が起きる。そこでアイソスピン I を導入する。u,d は $I = 1/2$ 、第 3 成分 I_3 はそれぞれ $+1/2, -1/2$ であり、アイソスピンは強い相互作用では保存する。また、u,d と \bar{u}, \bar{d} の組み合わせから、アイソスピンの 3 重項と 1 重項ができる。

これを発展させ、s に対してストレンジネス S を導入する。s は $S = -1$ 、 \bar{s} は $S = +1$ であり、ストレンジネスは弱い相互作用によってのみ変化する。 $s\bar{s}$ は $S = 0$ なので同じ量子数 J^P を持つ $u\bar{u}, d\bar{d}$ と混ざるが、s の構成子質量は約 450MeV であり u,d よりも大きいため、 $u\bar{u}$ と $d\bar{d}$ ほどには混ざらない。以上の 3 種の q, \bar{q} による 3×3 の組み合わせは SU(3) で記述され、8 重項と 1 重項を作る。

- ベクトル中間子

図 9.4 の重心系エネルギー 1GeV 近傍にある 3 つの軽いベクトル中間子について見ていく。 ϕ 中間子は最も質量の大きい 1019MeV であり、s を持つ中間子に主に崩壊するので $s\bar{s}$ 状態であると解釈される：

$$|\phi\rangle = |s^\dagger \bar{s}^\dagger\rangle.$$

矢印はスピン第 3 成分。次に、 ρ, ω 中間子は u,d で構成され、質量はそれぞれ約 775, 783MeV でほぼ同じ。 ρ 中間子は ρ^+, ρ^-, ρ^0 の 3 種あり、 $I = 1$ で、 I_3 はそれぞれ $+1, -1, 0$ 。これらはアイソスピン 3 重項を成す：

$$|\rho^+\rangle = |u^\dagger \bar{d}^\dagger\rangle, |\rho^-\rangle = |\bar{u}^\dagger d^\dagger\rangle, |\rho^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |u^\dagger \bar{u}^\dagger\rangle - |d^\dagger \bar{d}^\dagger\rangle \}.$$

ω 中間子は $I = 0$ で、

$$|\omega\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |u^\dagger \bar{u}^\dagger\rangle + |d^\dagger \bar{d}^\dagger\rangle \}.$$

$S \neq 0$ のベクトル中間子を K^* 中間子と呼ぶ。軽いクォークから作られる、s ないし \bar{s} を 1 つだけ含む中間子は以下の 4 つ。

$$|K^{*-}\rangle = |s^\dagger \bar{u}^\dagger\rangle, |\bar{K}^{*0}\rangle = |s^\dagger \bar{d}^\dagger\rangle$$

$$|K^{*+}\rangle = |u^\dagger \bar{s}^\dagger\rangle, |K^{*0}\rangle = |d^\dagger \bar{s}^\dagger\rangle$$

上の対、下の対はともにアイソスピン 2 重項である。

以上の $\varrho, \omega, \phi, K^*$ が $3 \times 3 = 9$ つの全てである。

• 擬スカラー中間子

$J = 0$ だがパリティ変換に対して符号を変えるため、スカラーではなく擬スカラーと呼ぶ。図 14.1 から分かるように擬スカラー中間子はベクトル中間子と同様の構造を持っており、 ϱ が π 、 ω が η 、 ϕ が η' 、 K^* が K に対応する。ただし、アイソスピン 1 重項ではクォークの混合の仕方が異なる。

$S = I_3 = 0$ の 3 つの中間子は 8 重項が 2 つと 1 重項が 1 つ。8 重項のうち、 ϕ, π^0 は $I=1$ の 3 重項の 1 つで $u\bar{u}$ と $d\bar{d}$ の混合。8 重項のもう一方と 1 重項は、 s の質量が対照的でないため SU(3) 対称性を破り、混じり合う事ができる。擬スカラーでは混合は小さく

$$|\eta\rangle \approx |\eta_8\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} \{ |u^\dagger \bar{u}^\dagger\rangle + |d^\dagger \bar{d}^\dagger\rangle - 2|s^\dagger \bar{s}^\dagger\rangle \}$$

$$|\eta'\rangle \approx |\eta_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \{ |u^\dagger \bar{u}^\dagger\rangle + |d^\dagger \bar{d}^\dagger\rangle + |s^\dagger \bar{s}^\dagger\rangle \}$$

となる。ベクトル中間子では混合角 $\arctan 1/\sqrt{2}$ で強く混ざっているため、 ϕ はほぼ純粹な $s\bar{s}$ 状態であるのに対し、 ω は $u\bar{u}$ 、 $d\bar{d}$ のみで s は無視できる。

14.2 中間子の質量

図 14.2 からベクトル中間子の方が擬スカラー中間子より大きい質量を持つことが分かる。チャーモニウム、ボトニウムではこの差が 100MeV 程度であるのに対し、 π と ϱ の差は約 600MeV ある。

13.4 節でやった重いクオーコニウムの議論と同様に、擬スカラー中間子とベクトル中間子の質量差もスピン-スピン相互作用に由来する。式 (13.10) と (13.11) より、質量の差は、

$$\Delta M_{ss} = \begin{cases} -3 \cdot \frac{8\hbar^3}{9c^3} \frac{\pi\alpha_s}{m_q m_{\bar{q}}} |\psi(0)|^2 & (\text{擬スカラー中間子のとき}) \\ +1 \cdot \frac{8\hbar^3}{9c^3} \frac{\pi\alpha_s}{m_q m_{\bar{q}}} |\psi(0)|^2 & (\text{ベクトル中間子のとき}) \end{cases} \quad (14.1)$$

で得られ、構成子クォーク質量が小さいほど質量差が大きくなることが分かる。

すべての軽い中間子の質量の値は、次の現象論的方式で記述される。

$$M_{q\bar{q}} = m_q + m_{\bar{q}} + \Delta M_{ss} \quad (14.2)$$

ここで、 $m_{q,\bar{q}}$ は構成子クォーク質量である。 u,d の質量を同じと仮定し、 $\alpha_s \cdot |\psi(0)|^2$ は今考えている中間子についておおよそ一定と仮定する。そして様々な実験値を式 (14.2) に代入し fit すると、構成子クォーク質量 $m_{u,d} \approx 310\text{MeV}$ 、 $m_s \approx 483\text{MeV}$ が得られる。この値を使って逆に中間子の質量を計算すると、表 14.2 に示すように実験値と誤差数 % に収まる。これは構成子クォークの概念が正しいことを示している。

式 (14.2) には静止質量が含まれているだけでクォークの運動エネルギーや強い相互作用のポテンシャル (13.6) に関する項は入っていない。にも関わらずたいへんよく記述されており、運動エネルギーとポテンシャルの効果がよい近似で相殺されていると考えられる。

14.3 崩壊チャンネル

中間子がどのように崩壊するかは、中間子の質量と量子数から分かる。表 14.3 はこの章で扱った中間子の主要な崩壊チャンネルである。ただし、強崩壊できる中間子の寿命 τ は共鳴幅 Γ を用いて \hbar/Γ で与えられる。

- π^0 中間子： 2γ へ電磁気的に崩壊。ハドロンの中で最も軽いので強い相互作用では崩壊しない。
- π^\pm 中間子： e^\pm または μ^\pm と、それに対応する ν に崩壊。ヘリシティ保存のため前者は強く抑制される。電荷を持つハドロンの中で最も軽いので弱い相互作用のみ許され、そのため寿命が長い。
- K^\pm 中間子：パイ中間子へのハドロン崩壊および半レプトン崩壊。 s を含む最も軽い中間子なので、 s が変化する弱い相互作用のみ許され、そのため寿命が長い。
- K^0 中間子：特別な崩壊なので次節で扱う。

ベクトル中間子は強崩壊すると普通は pi 中間子を放出して軽い擬スカラー中間子にかわる。次の 2 つはその典型。

- ρ 中間子： 2π に崩壊。
- K^* 中間子： $K\pi$ に崩壊。
- ω 中間子： 3π に崩壊。G パリティ (C パリティとアイソスピニ対称性を組み合わせたもの) 保存の結果、 2π には崩壊できない。
- ϕ 中間子：主に $2K$ に崩壊。OZI 則による崩壊で、詳細は 9.2 節。質量の変化が小さいので寿命が比較的長い。
- η 中間子： $3\pi, 2\gamma$ に崩壊。パリティ、アイソスピニの保存のため強崩壊できず電磁相互作用により崩壊する。強崩壊する粒子の典型的な寿命より何桁も大きな寿命を持つ。
- η' 中間子：主に $\pi\pi\eta$ に崩壊。 $\rho\gamma$ への電磁気的な崩壊も同じくらい起きる。これは強い相互作用が抑制されているためと考えられる。

14.4 中性 K 中間子の崩壊

この崩壊は P パリティ、C パリティを理解するのにたいへん重要である。P パリティは空間の鏡像対称に関するパリティ、C パリティは荷電共役変換（粒子-反粒子交換）に関するパリティである。

- K^0 と \bar{K}^0 の混合

中性の K 中間子はパリティを破り、 2π にも 3π にも崩壊できる。そしてその仮想パイオンを経て、 K^0 と \bar{K}^0 は互いに交換できる：

$$K^0 \longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2\pi \\ 3\pi \end{array} \right\} \longleftrightarrow \bar{K}^0$$

K^0, \bar{K}^0 は異なるストレンジネスを持つため、弱い相互作用によって混じり合うことが出来る。

- CP の保存

10.7 節でやったように、弱い相互作用はパリティを最大限に破り、CP は保存される。空間反転、荷電共役変換を P, C で表し、このことを K^0 - \bar{K}^0 の系に適用してみる。以下のように、演算子 CP を適用させるとパイ中

間子 2 つと 3 つとでは異なる固有値を持つことが分かる：

$$\begin{aligned} \mathcal{CP}|\pi^0\pi^0\rangle &= +1 \cdot |\pi^0\pi^0\rangle, \quad \mathcal{CP}|\pi^0\pi^0\pi^0\rangle = -1 \cdot |\pi^0\pi^0\pi^0\rangle \\ \mathcal{CP}|\pi^-\pi^+\rangle &= +1 \cdot |\pi^-\pi^+\rangle, \quad \mathcal{CP}|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle = -1 \cdot |\pi^+\pi^-\pi^0\rangle \end{aligned}$$

一方で、

$$\mathcal{CP}|K^0\rangle = -1 \cdot |\bar{K}^0\rangle, \quad \mathcal{CP}|\bar{K}^0\rangle = -1 \cdot |K^0\rangle,$$

となり、 K^0 , \bar{K}^0 ははっきりと決まった CP パリティを持たない。しかし、CP の保存のためにははっきりとした CP パリティを持たなければならず、線形結合で CP の固有状態を作ることにする：

$$\begin{aligned} |K_1^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\{|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle\} \quad (\mathcal{CP}|K_1^0\rangle = +1 \cdot |K_1^0\rangle) \\ |K_2^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\{|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle\} \quad (\mathcal{CP}|K_2^0\rangle = -1 \cdot |K_2^0\rangle) \end{aligned}$$

CP 保存により K_1^0 が 2π , K_2^0 が 3π に崩壊するが、 3π の質量は K に近いため、 K_2^0 の崩壊確率は低く寿命が長いと予想できる。

実験でも K^0 は寿命の短い粒子 K_S^0 と長い粒子 K_L^0 が半分ずつ混じっているのが観察される。(表 14.3 参照) よって K_1^0 , K_2^0 は K_S^0 , K_L^0 に等しい。しかし、実際には CP は保存していないことを次項で述べる。

• CP の破れ

K_S^0 の寿命を数倍の時間飛行させ、純粋な K_L^0 が取り出して観測する。すると、わずかな確率 ($2.9 \times 10^{-3}\%$) だが 2π に崩壊している。つまり、 $K_L^0 \neq K_2^0$ か、 K_2^0 が 2π に崩壊できるかのどちらかであり、いずれにせよ CP の対称性を破っている。

K_L^0 の半レプトン崩壊でも CP の破れが観測されている。終状態に正電荷のレプトンが生じる確率が負電荷の確率よりも、1.0033 : 1 の比でわずかに高い。

K^0 で CP の破れが検出されて以降、他の中性な中間子-反中間子系 (D^0, B^0, B_s^0) でも同様の振る舞いが期待された。そして、 D^0, B^0 では既に CP の破れが発見されている。

第15章 バリオン

この章では u, d, s フォーカから成るバリオンのみを扱う。 s フォーカを含むバリオンは一括してハイペロン (hyperon) と呼ばれる。

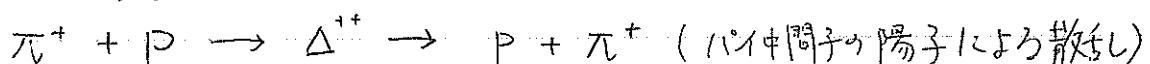
	N	Δ	Λ	Σ	Ξ	Ω
アイソスピン I	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	0	1	$\frac{1}{2}$	0
ストレンジネス S	0		-1		-2	-3
s フォーカの数	0		1		2	3

ハイペロンはストレンジネス $-1, -2, -3$ を持つに対して、反ハイペロンはストレンジネス $+1, +2, +3$ を持つ。

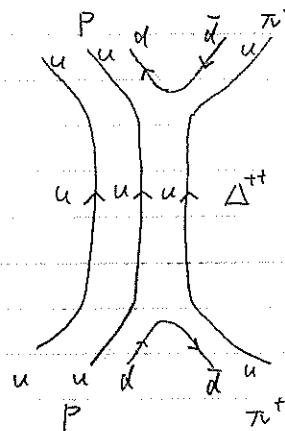
s フォーカよりも重いフォーカはハイペロンの記号に添字をつけることによて示される。例えば $\Lambda_c^+(ud\bar{c})$, $\Xi_{cc}^{++}(u\bar{c}c)$ というふうに。

15.1 バリオンの生成と検出

・形成実験

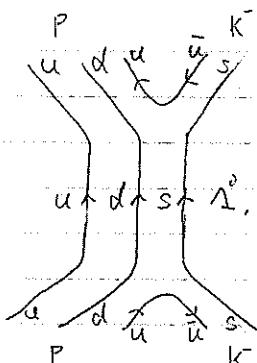


という反応を用いて入射するパイ中間子のビームエネルギーを変化させ、全断面積を測ることによって Δ^{++} 共鳴のエネルギー(質量)と幅(寿命)を調べることができます。この共鳴は寿命 $T = 0.5 \times 10^{-23} \text{ s}$ で、エネルギーが最も高く最も大きな断面積のビーグが 1232 MeV なので、この共鳴は $\Delta^{++}(1232)$ と名づけられています。



この共鳴ではフォーカー-反フォーカー対が消滅したことによって得られたエネルギーが共鳴状態の内部励起エネルギーに変換されたと考えることができます。

寿命が $T = 0.5 \times 10^{-23} \text{ s}$ と短いので Δ^{++} を検出せず、陽子と π^+ を検出することはしかできません。その角度分布からスピinnとハーリティが決定され、 $J^P = \frac{3}{2}^+$ が得られた。また寿命がたいへん短いので、崩壊が強く相互作用によって起こるいろいろなことがかかる。



ビームにK中間子を用いることでストレンジネスを標的に持ち込むことになるのでハイペロンを生成する。

$$K^- + P \rightarrow Z^{*0} \rightarrow \pi^\pm + K^-$$

Z^{*0} は Z^0 の励起状態であり、 Δ^+ と同様にたいへん短寿命である。

またこの反応で Λ^0 の励起状態も発生する。

励起されたハイペロン状態の質量に対応するそれでやの Z^0 は共鳴の幅が100 MeV程度であって、隣の共鳴と部分的に重なっていてたいてい場合分解するのか難しい。このように幅が広いのが強いつき合いで崩壊する状態の特徴。

これらのよる実験は形成実験 (formation experiment) と呼ばれるものである。形成実験では、形成されたハイペロンは断面積における共鳴として検出され、ビームと標的の全エネルギーを用いてこの共鳴が形成される。また使える粒子ビームの種類が限られているので、核子→励起状態やストレンジネス $S=-1$ のハイペロンの生成に利用が限られている。

生成実験

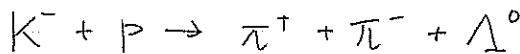
- （1）ハイペロンを生成する一般的な方法は生成実験 (production experiment) である。
- （2）可能な限り高いエネルギーの陽子、ハイヨウはK中間子ビームを標的にぶつける。
- （3）新たな粒子を生成するために使える最大限のエネルギーは散乱しつ重じ系エネルギー
- （4）重じ系エネルギーが3 GeVを超えると断面積にはや共鳴は現られず、このエネルギー領域では非弾性の粒子生成反応が主として起る。

生成実験ではビームと標的の反応によってつくられた多くの反応生成物を観測する。生成された粒子は短寿命なので実際は崩壊生成物を測定器で検出することができるだけであるが、このような短寿命の状態も崩壊生成物の運動量 P_i とエネルギー E_i を測ると、不变質量 (invariant mass) を用いて再構成できる。

崩壊するX粒子の質量が M_X であるとき

$$M_X^2 c^4 = P_X^2 c^2 = (\sum_i P_i c)^2 = (\sum_i E_i)^2 - (\sum_i P_i c)^2 \quad (15.1)$$

反応の事象を数多く観測し、検出された粒子のある特定の組み合いで不变質量を計算して解析すると、不变質量のスペクトルの中に、崩壊した短寿命の共鳴状態がビーグとして見つかること、例へば。



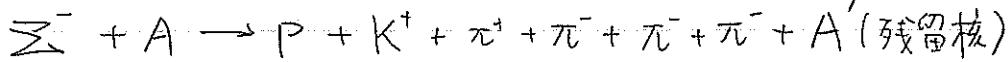
という反応の終状態の Λ^0 , π^\pm の粒子の組み合いで不变質量スペクトルを示す。ピーカは $1385 \text{ MeV}/c^2$ にあるが、これは Σ^+ の励起状態 Σ^{*+} である。

Σ^{*+} は $\Sigma^{++} \rightarrow \pi^+ + \Lambda^0$ (強い相互作用で起こるので, S, I など全ての量子数保存) という崩壊によって識別される。上の反応では Σ^{*-} 状態が生成されることが可能で、 $\Sigma^{*-} \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$ に崩壊する。このピーカは $1389 \text{ MeV}/c^2$, Σ^{*+} ほぼ同じ値である。

崩壊によって生じた方ではない、パイ中間子の運動量とエネルギーは固定されており、不变質量のスペクトルにおいて、エネルギーの高い方に「トセの共鳴」ピーカがくる。その他にも、 $\Sigma^{*\pm}$ の生成・崩壊も介さない相関のない $\pi^\pm - \Lambda^0$ 対がわずかながら不变質量スペクトルにバックグラウンドを形成する。特定の反応生成物の不变質量スペクトルを解析するこのような方法によって Σ の励起状態は 1960 年に初めて検出された。

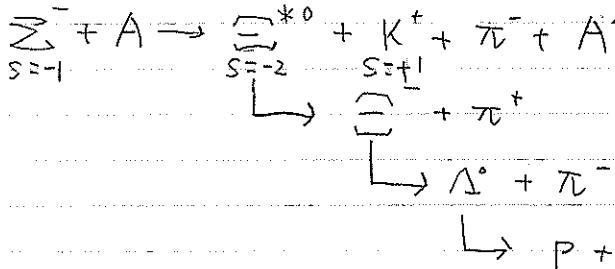
研究しようとしているバリオンの共鳴状態が存在することが分かっている場合には、1 事象ごとに共鳴状態を検出することができ、このことは Σ^{*+} の識別にとって重要。なぜなら Λ^0 が $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$ によって崩壊するので、第 1 回 Λ^0 を不变質量の方法で構成しなければならないから。 Λ^0 は寿命 $t = 2.6 \times 10^{-10} \text{ s}$ で長いので検出は簡単で、平均飛行距離は数 cm へ数 m へ、飛跡測定器を用いて $\Lambda^0 \rightarrow$ 崩壊点を 1 次反応の点から空間的に分離して識別できる。

Σ ピークと原子核との反応によってできたすべての粒子が段階的にうまく再構成された例では、下のような反応が測定された。



上の反応で、最初の反応は原子核 A の中の陽子の 1 つで起こり、終状態のすべての粒子は、 A' を引くすれば、識別されたその運動量も測定された。

上の反応をすべての中間段階を含めて反応全体を表すと、



この反応はストレンジ粒子が他のストレンジ粒子と一緒に生成される例の 1 つでもある。強い相互作用なりでストレンジネスが保存している。

15.2 バリオンの多重項

以下では u, d, s クォークから構成されるバリオンを扱う。ただし最も低い質量の状態に限る。したがってクォークの軌道角運動量 $l=0$ であり、波動関数の動径部分の励起もない。

バリオンを構成している 3つクォークはスルミ粒子であるからパウリの原理を満たさねばならない。バリオン全体の波動関数は

$$\psi_{\text{全}} = \psi_{\text{空間}} \cdot \psi_{\text{割り}} \cdot \chi_{\text{スピ}} \cdot \phi_{\text{色}}$$

と書けだが、任意の 2つのクォークを交換したときに反対称でなければならぬ。スピニン $S = \frac{1}{2}$ の 3つのクォークを合成すると $S = \frac{1}{2}$ または $S = \frac{3}{2}$ になるので、バリオンの合計スピニン S は元の 2ついずれかになる。 $l=0$ に限定しているので、3つのクォークの合成スピニン S はバリオンの全角運動量 J に等しい。

バリオンの多重項

$J^P = \frac{3}{2}^+$ のバリオンを考察する。

- { 3つのクォークのスピニンは平行にならざるといふので、スピニン波動関数は 3つのクォークの交換に際して対称
- $l=0$ なので 空間波動関数も対称
- $u u u$ の組み合わせの場合、香りの波動関数も対称、
→ これらよりパウリの原理が満たされるためには、全波動関数が反対称となるように色の波動関数は完全反対称
- バリオンは全体として無色の物体であるから、完全に反対称な色の波動関数は次のようになる。

$$\phi_{\text{色}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{\alpha=r,g,b} \sum_{\beta=r,g,b} \sum_{\gamma=r,g,b} \psi_{\alpha\beta\gamma} |q_\alpha q_\beta q_\gamma\rangle \quad (15.2)$$

動径成分の励起のない状態のみを考えるとそこには、 $J^P = \frac{3}{2}^+$ で波動関数が完全反対称にない 3つのクォークの組合せは 10通りある。

$$|\Delta^+\rangle = |u\uparrow u\uparrow u\uparrow\rangle, |\Delta^+\rangle = |u\uparrow u\uparrow d\uparrow\rangle, |\Delta^0\rangle = |u\uparrow d\uparrow d\uparrow\rangle, |\Delta^-\rangle = |d\uparrow d\uparrow d\uparrow\rangle$$

$$|\Xi^{*+}\rangle = |u\uparrow u\uparrow s\uparrow\rangle, |\Xi^{*+}\rangle = |u\uparrow d\uparrow s\uparrow\rangle, |\Xi^{*+}\rangle = |d\uparrow d\uparrow s\uparrow\rangle$$

$$|\Xi^{*0}\rangle = |u\uparrow s\uparrow s\uparrow\rangle, |\Xi^{*0}\rangle = |d\uparrow s\uparrow s\uparrow\rangle$$

$$|\Omega^-\rangle = |s\uparrow s\uparrow s\uparrow\rangle$$

ただしここでは $|\Delta^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \{ |u\uparrow u\uparrow d\uparrow\rangle + |u\uparrow d\uparrow u\uparrow\rangle + |d\uparrow u\uparrow u\uparrow\rangle \}$
 $\rightarrow |\Delta^+\rangle = |u\uparrow u\uparrow d\uparrow\rangle$

というふうに全波動関数のうちスピニン-香り部分だけを短縮形で書いた。

• バリオン8重項

$$J^P = \frac{1}{2}^+ のバリオンを考察する。$$

スピニ $\frac{1}{2}$ (↑↑↓)は完全対称でも完全反対称でもなく、不完全な対称性を持つ。
→そのため番の波動関数も不完全な対称性を持つなければならない。

uuu, ddd, sss というクォークの組み合わせの状態は対称な形でしか書くことができないため、 $J = \frac{1}{2}$ のバリオンの基底状態では存在しない。

したがってからスピニ $\frac{1}{2}$ のバリオンの波動関数の必要な対称性の条件を満たす組み合わせは2つしかない、それは陽子と中性子である。

定量的にはクォークについての群論的SU(6)対称性により基盤づけられる。

陽子と中性子の波動関数は短縮形では

$$|P\uparrow\rangle = |u\uparrow u\uparrow d\downarrow\rangle, |n\uparrow\rangle = |u\downarrow d\uparrow d\uparrow\rangle$$

と書ける。陽子の波動関数のスピニ部分を、 χ 成り立が例えは $m_J = +\frac{1}{2}$ の場合について2つのクォークで残りの1つクォークのスピニ波動関数の積として展開する。

$$\chi_p(J=\frac{1}{2}, m_J=\frac{1}{2}) = \sqrt{\frac{2}{3}} \chi_{uu}(1,1) \chi_d(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) - \sqrt{\frac{1}{3}} \chi_{uu}(1,0) \chi_d(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \quad (15.3)$$

式の中の係数はスピニ $\frac{1}{2}$ の結合のクレブシュー-ゴルダン係数である。

(15.3)は、スピニ番の書き方では、 $\chi_{uu}(1,0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\rangle)$ を代入して

$$|P\uparrow\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} |u\uparrow u\uparrow d\downarrow\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} |u\uparrow u\downarrow d\uparrow\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} |u\downarrow u\uparrow d\uparrow\rangle \quad (15.4)$$

のように書き直せる。

これは第1のクォークと第2のクォークの交換については対称だが、任意の2つのクォークの交換については対称ではない。よって、第2と第3、第1と第3を交換したものを加えて、規格化すると陽子の完全に対称化された波動関数

$$|P\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} \{ 2 |u\uparrow u\uparrow d\downarrow\rangle + 2 |u\uparrow d\downarrow u\uparrow\rangle + 2 |d\downarrow u\uparrow u\uparrow\rangle \\ - |u\uparrow u\downarrow d\uparrow\rangle - |u\uparrow d\uparrow u\downarrow\rangle - |d\uparrow u\downarrow u\uparrow\rangle \\ - |u\downarrow u\uparrow d\uparrow\rangle - |u\downarrow d\uparrow u\uparrow\rangle - |d\uparrow u\uparrow u\downarrow\rangle \} \quad (15.5)$$

中性子の波動関数は上の式の $u \leftrightarrow d$ を入れ替えれば得られる。

$$|n\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} \{ 2 |d\uparrow d\uparrow u\downarrow\rangle + 2 |d\uparrow u\downarrow d\uparrow\rangle + 2 |u\downarrow d\uparrow d\uparrow\rangle \\ - |d\uparrow d\downarrow u\uparrow\rangle - |d\uparrow u\uparrow d\downarrow\rangle - |u\uparrow d\downarrow d\uparrow\rangle \\ - |d\downarrow d\uparrow u\uparrow\rangle - |d\downarrow u\uparrow d\uparrow\rangle - |u\uparrow d\uparrow d\downarrow\rangle \} \quad (15.6)$$

核子のアイソスピニは $\frac{1}{2}$ であり、アイソスピニ重項を構成している。スコットルと
または d クオーツとの組み合わせで別のアイソスピニ重項が得られる。短縮形で、

$$|\Sigma^0 \uparrow\rangle = |u\downarrow s\uparrow s\uparrow\rangle, |\Xi^+ \uparrow\rangle = |d\downarrow s\uparrow s\uparrow\rangle \quad (15.7)$$

これ以外の組み合わせからもアイソスピニ重項と 3 重項が得られる。

$$|\Sigma^+ \uparrow\rangle = |u\uparrow u\uparrow s\downarrow\rangle$$

$$|\Xi^0 \uparrow\rangle = |u\uparrow d\uparrow s\downarrow\rangle, |\Lambda^+ \uparrow\rangle = |u\uparrow d\downarrow s\uparrow\rangle \quad (15.8)$$

$$|\Xi^- \uparrow\rangle = |d\uparrow d\uparrow s\downarrow\rangle$$

uds の組み合わせにおいて、

$$\begin{cases} u \text{ と } d \text{ クオーツのスピニとアイソスピニをそれぞれ } 1 \text{ に結合} \rightarrow \Sigma^0 \\ \text{ と } d \text{ と } s \text{ のスピニとアイソスピニを } 1 \text{ に結合} \rightarrow \Lambda^+ \end{cases}$$

となり、 Σ^0 と Λ^+ は質量の差が約 $8 \text{ MeV}/c^2$ あり、これはバリオンでも
スピニースピニ相互作用が重要な役割を果たしていることに違いないことを示している。

15.3 バリオンの質量

10 重項が 5 ひ 8 重項のバリオンの質量は、 $J^P = \frac{1}{2}^+$ 上) $J^P = \frac{3}{2}^+$ の方が大きく、
また 3 クオーツが大きな質量を持っているので、スコットルの数が増すと増える。 $J^P = \frac{3}{2}^+$ では、
それに対応する $J^P = \frac{1}{2}^+$ のバリオンの質量と比べて約 $300 \text{ MeV}/c^2$ 大きい。中間子
の場合と同じようにこれはスピニースピニ相互作用に原因がある。

$$V_{ss}(q_i q_j) = \frac{4\pi}{q} \frac{\hbar^3}{c} ds \frac{\sigma_i \sigma_j}{m_i m_j} \delta(x) \quad (15.9)$$

上の式で注意すべきは、この式は 2 つのクオーツの相互作用を記述しているだけであ
り、バリオンの質量分裂をスピニースピニ相互作用によって正しく計算するには、バ
リオンの中の全てのクオーツ対について足さなければならない。

最も簡単な例は核子、 Δ 、 Σ で構成子質量が同じなので $\sigma_i \cdot \sigma_j$ の和の期
待値を計算すればよい。バリオンの全スピニを S を表すと $S^2 = (S_1 + S_2 + S_3)^2$ なので

$$\sum_{i < j}^3 \sigma_i \cdot \sigma_j = \frac{4}{\hbar^2} \sum_{i < j}^3 S_i \cdot S_j = \begin{cases} -3 & (S = \frac{1}{2} \text{ のとき}) \\ +3 & (S = \frac{3}{2} \text{ のとき}) \end{cases} \quad (15.10)$$

これが FSI バリオンにおけるスピニースピニ相互作用によるエネルギーないし
質量の分裂は

$$\Delta M_{ss} = \begin{cases} -3 \cdot \frac{4}{9} \frac{\hbar^3}{c^3} \frac{\pi \alpha_s}{m_{u,d}} |\psi^{(0)}|^2 & (\text{核子}) \\ +3 \cdot \frac{4}{9} \frac{\hbar^3}{c^3} \frac{\pi \alpha_s}{m_{u,d}} |\psi^{(0)}|^2 & (\Delta \text{状態}) \quad (15.11) \\ +3 \cdot \frac{4}{9} \frac{\hbar^3}{c^3} \frac{\pi \alpha_s}{m_s} |\psi^{(0)}|^2 & (\text{カバリオン}) \end{cases}$$

この式で $|\psi^{(0)}|^2$ は 2つのクォークが同じ位置にいる確率を示している。

Δ クォークと u または d クォークの混合によってできるカバリオンはモラ少しひ複雑になる。

この質量分裂の式を用いて軌道角運動量 $\ell=0$ のカバリオンの一般的な質量公式が得られる。

$$M = \sum_i m_i + \Delta M_{ss} \quad (15.12)$$

カバリオンの質量の実験値に fit することで 3つの未知数 $m_{u,d}, m_s, \alpha_s |\psi^{(0)}|^2$ を決めることができ、 $\alpha_s |\psi^{(0)}|^2$ の値がカバリオンによらずおおよそ同じと仮定すると $m_{u,d} \approx 363 \text{ MeV}/c^2, m_s \approx 538 \text{ MeV}/c^2$ となる。

カバリオンの研究から得られた構成子クォーク質量は中間子の質量から導かれたものより少しだきくなっているが、構成子クォークはクォーク-グルーオン相互作用によって動的に生成された質量であるので、3クォーク系ではクォーク-反クォークと実質的な相互作用が同じでないであろうから、ここでは必ずしも矛盾ではない。

No. _____

DATE _____

15.4 磁気モーメント

磁気モーメントの予測値と実験値を比較することによって、111(オ)の横成子コーカ模型の正当性が確認される。

ディラック理論から、スピル $1/2$ 、質量 M の内部構造をもたない素粒子の磁気モーメントは

$$\mu_{\text{Dirac}} = \frac{e\hbar}{2M} \quad (15.13)$$

この式は電子とミュー・オンについては実験により確認されている。陽子が内部構造をもたらす素粒子だとすると、陽子の磁気モーメントは核磁子の値

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2M_p} \quad (15.14)$$

のはずだが、実験値は $\mu_p = 2.79 \mu_N$ となる。

④ フォーカー模型による磁気モーメント

陽子の基底状態は全軌道角運動量が $l=0$ なので、

$$\mu_p = \mu_u + \mu_d + \mu_d \quad (15.15)$$

陽子の磁気モーメント μ_p の期待値は

$$\mu_p = \langle \mu_p \rangle = \langle \psi_p | \mu_p | \psi_p \rangle \quad (15.16)$$

ψ_p : 陽子の完全反対称なフォーカー波動関数

式(15.3)から μ_p は計算することができる

$$\mu_p = \frac{2}{3} (\mu_u + \mu_u - \mu_d) + \frac{1}{3} \mu_d = \frac{4}{3} \mu_u - \frac{1}{3} \mu_d \quad (15.17)$$

ここで $\mu_{u,d}$ は π^+ - π^- 磁子

$$\mu_{u,d} = \frac{e\hbar}{2m_{u,d}} \quad (15.18)$$

同種フォーカーを2つ含む他の $J^P = 1/2^+$ のバリオンも、式(15.17)のフォーカー香りを適当に入れかえることで計算される。

$$\text{中性子 } \mu_n = \frac{4}{3} \mu_d - \frac{1}{3} \mu_u \quad (15.19)$$

$$\Sigma^+ \quad M_{\Sigma^+} = \frac{4}{3} \mu_u - \frac{1}{3} \mu_s \quad (15.20)$$

Λ^0 (= $u\bar{d}$) Λ^0 の u, d フラグは π^0 や η も磁気モーメントも寄与しないから

$$M_\Lambda = \mu_s \quad (15.21)$$

$u \approx d$ なら構成子質量を同じとすると $M_u = -2M_d$ となり、 β 粒子、中性子の磁気モーメントは

$$M_p = \frac{3}{2} M_u, M_n = -M_u \quad (15.22)$$

これは $\frac{M_n}{M_p} = -\frac{2}{3}$ (実験値 -0.685 と一致) $\quad (15.23)$

$= 2^{\text{nd}}$ M_p の測定値から β 粒子質量を求める。

$$M_p = 2.79 M_N = 2.79 \frac{e\hbar}{2M_p} \quad (15.24)$$

$$M_p = \frac{3}{2} M_u = \frac{e\hbar}{2m_u} \quad (15.25)$$

たゞ、 $m_u = \frac{M_p}{2.79} = 336 \text{ MeV}/c^2 \quad (15.26)$

これは 15.3 節で 10^{11} オリ 質量 2 ポンドを求めていた $(363 \text{ MeV}/c^2)$ に近い。

■ 磁気モーメントの測定

ハイエロンの磁気モーメントの実験値と理論値はよく一致している。ハイエロンは寿命が短いにもかかわらず、磁気モーメントの測定が可能。その理由は

1. ハイエロンは生成されたとき偏極している
2. 強い相互作用でハイエロンが最大限に破壊され、ハイエロンの崩壊生成物の角度分布がスピーザー方向（偏極）に強く依存している

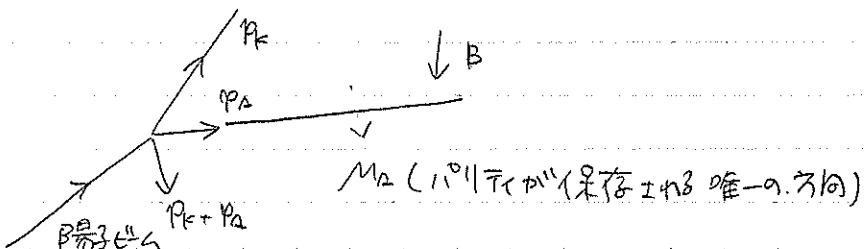
ex. Λ^0 の磁気モーメントの測定

$$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^- \quad (\text{識別が容易かつ分岐比も最大 (64\%)})$$

Λ^0 のスピーザーを π^- の正方向にとると、 β 粒子は主に正のスピーザー方向に放出

角度分布は $W(\theta) \propto 1 + \alpha \cos \theta$ (α は $\alpha = 0.64$ 、実験により決定)

図 15.6 反応 $p + p \rightarrow K^+ + \Lambda^0 + p$ で生じる Λ^0 未粒化は強く偏極



Λ^0 粒子が磁場 B の中で $Z\pi^- \equiv B$ に垂直な方向へ距離 d 行走と。

$$\text{ラモス (周) 演数} \quad \omega_L = \frac{\mu_0 B}{t} \quad (15.28)$$

$$\text{1. 上, 下 角度} \quad \phi = \omega_L \Delta t = \omega_L \frac{d}{v} \quad (15.29)$$

($v: \Lambda^0$ の速さ)

平行回転

実験値

1. 1 σ の磁場中に Λ^0 を飛ばして 偏極方向を測る。 (磁場及び転回の同様に測り易い)
2. 磁場を通過後の Λ^0 のズビン方向の差として 52.34 \pm 度 $\Delta\theta$ を決定

このようにして得た Λ^0 の磁気モーメントの実験値は

$$M_L = (-0.613 \pm 0.007) \text{ MN} \quad (15.30)$$

S構成子ワーカーは テクランチ未立子であり、 (15.18) 式で計算すると、

$$M_L = M_S = \frac{Z_S e \hbar}{2 m_S}$$

つまり M_L の測定値が S7 オーナーの質量 $510 \text{ MeV}/c^2$ であることを一致

。 したがってハイペリオの磁気モーメントは Λ^0 と 同様に測りうるが、 電荷をもつて Λ^0 の運動方向が 曲げられるので 测り難い困難。

(表 15.2) 最も精密な結果を ワーカー模型の計算値と比較

陽子/中性子、 Λ^0 の 実験結果からハイペリオの 磁気モーメントを予測



この結果は 構成子ワーカー想像を支持 (2つの観点)

1. 構成子ワーカー質量の質量公式から得られた値) と一致
磁気モーメントから得られた値

2. 磁気モーメントの値自身が ワーカー模型の予測値と まとめて一致

○ 計算値と 実験値の若干の ずれの原因

構成子ワーカーの 磁気モーメント以外の事と、 相対論的効果、

ワーカーの 軌道角運動量による効果

15.5 ハドロンセミレプトン崩壊

第10章で扱った弱い相互作用に関する知識を用いてハドロンの弱崩壊を記述したい。
弱崩壊は、2オーダーのレベルで起るが、自由なオーダーは存在しない。ハドロンを用いて研究する。例として中性子の β 崩壊を考える。これを定式化したものを拡張してハイエンドセミレプトン崩壊や原子核の β 崩壊の理論に適用する。

ハイエンド弱崩壊では、束縛された2オーダーが崩壊する。

1. ハドロン中の2オーダーの運動度数を考慮すること
 2. 仮想粒子が弱い相互作用の影響を受ける効果を考慮すること
- が必要である。電磁気的な結合度数の実質値は、電荷が「保存される」海artnerやブルナーの雲の影響を受けるが、弱い相互作用の結合度数は変化しない。
以下①ハドロンの内部構造を考慮 ②結合度数 = 2.12 講論可。

中性子の β 崩壊 自由な中性子の β 崩壊



は電子の最高エネルギー $E_0 = 782 \text{ keV}$, 寿命約15分

。弱い相互作用の低エネルギーにおける振舞いに $\tau \propto T^{-1/2}$ を与える。

電子が「エネルギー E_e を持つ」電子崩壊率は「黄金律」

$$dW(E_e) = \frac{2\pi}{h} |M_{fi}|^2 \frac{dP_f(E_0, E_e)}{dE_e} dE_e \quad (15.32)$$

(E_0 : 全エネルギー

E_e : 電子のエネルギー

$dP_f(E_0, E_e) / dE_e$: 反応率 - 電子の終状態密度

M_{fi} : β 崩壊の行列要素

- ベクトル遷移率 ～ ベクトル結合で起る β 前壠 (フェルミ遷移)
- ・ クオクのスピア方向は変化しない。
 - ・ $d\text{フーツ} \rightarrow u\text{フーツ}$ の遷移は演算子 $T_{\text{up}} = E, T_{\text{down}} = 0$
- 弱いアイソレーティングの上昇演算子 ($T = -1/2$ から $T = +1/2$ の状態)
- ・ 中性子の β 前壠の行列要素はレプト部分とクオク部分から成る
- レプト $|T=1/2\rangle, C_V = -CA = 1$
- フェルミ前壠の行列要素は
- $$|M_{fi}|_F = \frac{CF}{V} C_V \langle uud | \left(\sum_{i=1}^3 T_{i+} \right) | udd \rangle \quad (15.33)$$
- 329 ページは 21.29%
- (始状態 中性子の三波動角数 $|uud\rangle$ のクオクの組み合いで
終状態 " " $|udd\rangle$
電子 $e = -1/2$ の三波動角数 (5.18) は $PR/\hbar \approx 1/2$ なので $1/\sqrt{V} \approx 0.2$ となる。

陽子や中性子の波動角数に現れる u, d フーツは 弱いアイソレーティングの固有状態である
 β 前壠には u, d は 相互作用の 固有状態を考えなければならぬ。
(d) と (d') の重なりは ± 1 (10.18) から カビノ角の余弦を $\mp 1/2$ とする。

$$\langle d | d' \rangle = \cos \theta_C \langle d | d' \rangle - \sin \theta_C \langle s | d' \rangle$$

$$\langle u | T+ | d \rangle = \langle u | T+ | d' \rangle \cdot \cos \theta_C = \langle u | T+ | d \rangle \cdot \cos \theta_C \quad T+ \approx \cos \theta_C = 0.98 \quad (15.34)$$

行列要素のベクトル部分は

$$M_{fi} = \frac{GF}{V} \cos \theta_C \cdot C_V \langle uud | \sum_{i=1}^3 T_{i+} | udd \rangle = \frac{GF}{V} \cos \theta_C \cdot C_V \cdot 1 \quad (15.35)$$

($= 2 \sum_i T_{i+}$ 演算子を中性子のクオク三波動角数に用いると 陽子の 2 つ)
波動角数が得られるので $\langle uud | \sum_i T_{i+} | udd \rangle = 1$)

式 (15.35) から フェルミ行列要素は核子の 内部構造には依存しないことがわかる。

■ 軸性ベクトル遷移 “軸性ベクトル結合で起る崩壊 (ガモフ-テラー遷移)

- ・ フェルミ子のスピノ方向が反転 (スピノ・フリップ)
- ・ 行列要素は半子のスピノ密度の重なりに依存
遷移演算子は $CAT + \Phi$
- ・ クオウがハドロノン=束縛状態のとき、行列要素には不対称の内部構造を考慮する必要がある

構成子モデルを用いると

$$|M_{fi}|^2 = \frac{g_F}{V} C_A |\langle uud | \sum_{i=1}^3 I_{i,+} \Phi | udd \rangle|^2 \quad (15.36)$$

$$= 2^n \cdot \langle \sum_i \sigma_{i,x} \rangle^2 = \langle \sum_i \sigma_{i,y} \rangle^2 = \langle \sum_i \sigma_{i,z} \rangle^2 \text{ となる!}$$

$\sigma_z = \langle uud | \sum_i I_{i,+} \sigma_{i,z} | udd \rangle$ の期待値を計算すれば十分
 $\Sigma^1(15.5) (15.6)$ を用いる

$$\langle uud | \sum_i I_{i,+} \sigma_{i,z} | udd \rangle = \frac{5}{3} \quad (15.37)$$

■ 全行列要素

実験で観測される量は不対称の崩壊量である。実験値と理論値を比較するために
すべての演算子が不対称運動角数に作用する式で行列要素を書き換える。

中性子の崩壊の行列要素、自乗は

$$|M_{fi}|^2 = \frac{g_F^2}{V^2} |\langle p | I_+ | n \rangle|^2 + \frac{g_A^2}{V^2} |\langle p | I_+ \Phi | n \rangle|^2 \quad (15.38)$$

且 I_+ は 核子の運動角数 (=作用可)

陽子と中性子はアインスピノン2重項を成すので $\Sigma^1(15.38)$ は

$$|M_{fi}|^2 = (g_F^2 + 3g_A^2) / V^2 \quad (15.39)$$

スピノ演算子 $\Phi^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2$ の期待値が生じる。

構成子モデルでは

$$g_F = g_F \cos \theta_C \cdot c_V \quad (c_V \text{ と } C_A \text{ は } 2\text{本} \text{ に依存する係数}) \quad (15.40)$$

$$g_A \approx g_F \cos \theta_C \cdot \frac{5}{3} C_A$$

おおよその値

- ・ フェルミ行列要素(15.35) (中性子の内部構造に依存しない式: 式(15.40)) は陽子と中性子のアインゼン対称性と同様に厳密に成立。
- ・ 構成子カーブ模型における軸性ベクトル結合定数は式(15.41) で $\frac{g}{2} = 34.8$ が、軸性ベクトル結合は核子の内部構造に依存し、構成子カーブ模型は核子の波動関数を近似的につかませる。

④ 中性子の寿命

寿命: 單位時間あたりの崩壊確率の逆数

$$\frac{1}{\tau} = \int_{mc^2}^{E_0} \frac{dW}{dE_e} dE_e = \int_{mc^2}^{E_0} \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \frac{d\rho_f(E_0, E_e)}{dE_e} dE_e \quad (15.42)$$

状態密度 $\rho_f(E_0, E_e)$ は

$$\rho_f(E_0, E_e) = \frac{(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} p_e^2 \frac{dp_e}{dE_e} p_\nu^2 \frac{dp_\nu}{dE_e} V^2 dE_e \quad (15.43)$$

(V : 電子と $\bar{\nu}$ の波動関数を規格化された体積)

規格化は $1/V^2$ の因数と2行列要素(15.39) (=λ)。崩壊確率自体は V によりない。

式(15.42) では電子のスペクトルについてのみ積分を取るが、全エネルギー E_0 で電子エネルギー E_e と $\bar{\nu}$ の状態密度が必要。 $E_0 = E_e + E_\nu$ (核子の反応エネルギー無視)。

$$E^2 = p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4 \text{ とする}.$$

$$p_e^2 dp_e = \frac{1}{c^2} p_e E_e dE_e = \frac{1}{c^3} E_e \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4} dE_e \quad (15.44)$$

$\bar{\nu}$ と同様。質量が0とすると、

$$d\rho_f(E_0, E_e) = (4\pi)^2 V^2 \frac{E_e \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4} \cdot (E_0 - E_e)^2}{(2\pi\hbar c)^6} dE_e \quad (15.45)$$

積分(15.42)を実行して寿命を求めるとき、エネルギーを電子の静止質量で規格化し、関数 $f(E_0)$ を $=1$ のように定義する。

$$f(E_0) = \int_1^{E_0} \frac{E_e}{\sqrt{E_e^2 - 1}} (E_0 - E_e)^2 dE_e \quad T = \text{時間} \quad E = E/mec^2 \quad (15.46)$$

行列要素(15.39)の値と一緒にまとめて、

$$\frac{1}{\tau} = \frac{mc^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^3} (g_\nu^2 + 3g_A^2) \cdot f(E_0) \quad (15.47)$$

$$\text{エネルギーが大きい} (E_0 \gg mc^2) \text{ の近似では } f(E_0) \approx \frac{E_0^5}{30} \quad (15.48)$$

$$\text{左記} \quad \frac{1}{\tau} \approx \frac{1}{\hbar c^6} (g_v^2 + 3g_A^2) \cdot \frac{E_0^5}{60\pi^3} \quad (15.49)$$

E_0 の 5乗は $(3/2)^5 = 243/32$ 倍なので $\tau \approx 12 \tau_0$ (半減期)。

中性子崩壊の場合、 $E_0 \gg mc^2$ はあまり変わらない近似が可能である。

$$\frac{1}{\tau_n} = \frac{1}{\hbar c^6} (g_v^2 + 3g_A^2) \cdot \frac{E_0^5}{60\pi^3} \cdot 0.49 \quad (15.50)$$

実験結果

最新の中性子の寿命測定

極端端に屋の中性子は不規則な崩壊形態を示す。壁に貯蔵される。日本の中性子

空気の崩壊率は中性子は全反射する

二つの貯蔵セルで、2セルの間に、2113 中性子の数と半周の周数とで $2113/2 = 2^7$ 中性子の寿命が測られる。

$$\text{最速} \quad \tau_n = 886.7 \pm 1.95 \quad (15.51)$$

○ g_A と g_v を別々に決定したい。

2つ目の測定量が必要。(ex 中性子の崩壊 \leftarrow 偏極中性子の崩壊の非対称度が既知。)

・ 中性子のスピントリル(=放出される電子数 $N_{\uparrow\uparrow}$) 反対方向(=放出される電子数 $N_{\uparrow\downarrow}$)

非対称度 A の定義

$$\frac{N_{\uparrow\uparrow} - N_{\uparrow\downarrow}}{N_{\uparrow\uparrow} + N_{\uparrow\downarrow}} = \beta \cdot A \quad (\beta = \frac{v}{c}) \quad (15.52)$$

$$A \text{ は } \chi = \frac{g_A}{g_v} \text{ と次の関係がある。}$$

$$A = -2 \frac{\chi(\chi+1)}{1+3\chi^2} \quad (15.54)$$

$$A \text{ の測定値 } A = -0.1162 \pm 0.0013 \quad (15.55)$$

以下に示す。

$$\chi = -1.261 \pm 0.004$$

$$g_v / (\hbar c)^3 = +1153 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

$$g_A / (\hbar c)^3 = -1.454 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \quad (15.56)$$

$$(15.56) \rightarrow (15.40) \text{ と比較して, } C_V = 1$$

ヘルツミネルの車輪の強制的崩壊の際、相互作用のヘルツ部分は保存 (崩壊は双方)

一方、車輪性ヘルツ部分は点火するタイミングによって異なる。 $\lambda = -\frac{5}{3} \pi^2 \approx -5.2$ $\lambda = -\frac{5}{4}$
車輪性ヘルツの部分的保存... 強い相互作用による崩壊 $\lambda \approx -1$ は既存部分に
影響を及ぼす! 車輪性ヘルツは部分的にのみ保存

ハイエローニセミレプトン崩壊

- 中性子の崩壊と同様
- 崩壊エネルギー E_0 は中性子と同程度で、行方不明
- フラグメント割合からハイエローニ寿命は 10^{10} 年程度
- フォンレベルではハイエローニ崩壊は $S \rightarrow U + e^- + \bar{\nu}_e$

ハイエローニセミレプトン崩壊確率を実験で決定すれば 2σ の独立母集団が得られる。

(1) ハイエローニ寿命の測定

(2) セミレプトンや電子の崩壊分能率 $V_{s,e}$ の測定

黄金比から

$$\frac{1}{\tau} \propto (M_{fi})^2, \quad V_{s,e} \equiv \frac{|M_{fi}|^2 s_e}{|M_{fi}|^2}$$

$$I.e. \quad \frac{V_{s,e}}{\tau} \propto |M_{fi}|^2 s_e \quad (15.57)$$

① 寿命の測定

1. 高エネルギー (100 GeV) の崩壊なし、ハイエローニは静止標的 (= 当22生成レーベン) を検出
2. ハイエローニの崩壊までの平均飛程をつかぶ。

ハイエローニの崩壊の三則から時間とともに指數的減衰が成り立つ。
標的との距離と崩壊までの崩壊数 N は

$$N = N_0 e^{-L/\tau} = N_0 e^{-L/\lambda}$$

L は崩壊までの平均飛程、 τ はハイエローニの寿命である。

$$L = \gamma v \tau$$

$$(15.58)$$

γ : ハイエローニの速度

エネルギーが高いとき

ハイエローニの時間が延びる $\gamma = E/mc^2$ (≈ 100程度)

ハイエローニの寿命は 10^{-10} sec 程度 + γ の影響で $\sim 10^{-10} \text{ sec}$ から $\sim 10^{-9} \text{ sec}$ まで

② セミレプトンの崩壊の分率比の測定

全崩壊確率約 10^{-3} の確率しかね → 高い精度が求められる

カビノ理論の正当性 ← 検証するために十分な精度に達している

検証方法：中性子の β 崩壊の場合と同様

1 行列要素と（立相空間）因子から崩壊確率を計算

2 ハーフメータ C_V と C_A をまだ含んでいない計算値と測定値を比較

④ ストレシネスが変る $\Delta \rightarrow \Lambda^0 + e^- + \bar{\nu}_e$ という崩壊を考える
フェルミ 崩壊の行列要素

$$|M_{fi}|_F = \frac{g_F}{\sqrt{V}} | \langle u ds | \sum_{i=1}^3 T_{fi} | dss \rangle | \quad (15.59)$$

(結合定数不变, $C_V = 1$ と仮定)

演算子 T_f を割りの固有状態 $|s\rangle$ に作用させると $|u\rangle, |c\rangle$ の線形結合 $= \gamma \psi$ 。
また、中性子の β 崩壊の場合と同様に行列要素にはカビノ因子を含む。

ガモフ-テラ-行列要素を計算するには

$$|M_{fi}|_{ST} = \frac{g_A}{g_V} \frac{g_F}{\sqrt{V}} | \langle u ds | \sum_{i=1}^3 T_{fi} \phi_i | dss \rangle | \quad (15.60)$$

実験データを解析すると、ハーフメータ 崩壊の際の $\lambda = g_A/g_V$ は中性子崩壊の際と
同じ値ということが確認される。これは軽性の流れが S フォークにおいても、 u, d フォーク
と同じく変化を受けていることを意味する。

15.6 構成子フォークの想像はどうくらい正しいか？

構成子フォークをハドロンの 実質的な構成要素と見なし、 $s \bar{s} =$ 不構成子フォークと電子と
同様に磁気モーメントの「ディラック 方程式」(15.13) を持つ素粒子と見なすことができる
と仮定 $(f=0)$ 。これが“正しい”とは 様々な方法で計算された構成子 フォークの質量が
互いに一一致を示し、磁気モーメントの「ホウ模型」による三則則と実験値が
よく一致することからわかる。

しかし、構成子フォークを基本的な素粒子であるかのよう（=假定の仕方）で假定しても
どうか、スピン $\frac{1}{2}$ 復元で果たすべきこの現象が構成子フォークの「構造」が複雑である
これらの場合や高い運動量移行を伴うすべての過程では、ハドロンでディラック粒子
との構成子 フォークはまだ言及されると、概念的には適切である。

第16章 核力

原子核は核力によってつくられる。このポテンシャルの形を決めるには核子 - 核子散乱の解析や重陽子などの2体研究が必要となる。

16.1 核子 - 核子散乱

パイ中間子のしきい値以下のエネルギーでは核子 - 核子散乱は弾性散乱であり、かつ非相対論的に扱える。核力は2つの核子の合成スピンと合成アイソスピンに依存する。よって、核力を完全に研究するためには、偏極ビームと偏極標的を用い、陽子と中性子の両方を用いなければならない。スピンを散乱平面に垂直な方向に揃えると合成スピンは0であり、反平行に揃えると合成スピンは0のものと1のものが同じ割合存在する。同様に陽子 - 陽子散乱では合成アイソスピン1であり、陽子 - 中性子散乱では合成アイソスピンは0又は1である。

散乱角の位相

エネルギー E 、運動量 p の核子が無限遠方からやってきて核子で散乱される場合を考える。入射粒子は平面波、散乱粒子は球面波で記述でき、スピンとアイソスピンが決まっているときには、微分断面積は散乱振幅を $f(\theta)$ とすると、確率流れの密度公式を用いて

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \quad (16.1)$$

ここで散乱中心から十分離れた位置 r では部分波展開により

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) e^{i\delta_l} \sin \delta_l P_l(\cos \theta) \quad (16.2)$$

$$k = \frac{\sqrt{2ME}}{\hbar} \quad (16.3)$$

ここで位相差 δ_l は散乱された波と散乱されなかつた波の位相差。 $f(\theta)\delta_l$ は位相因子としてだけでなく、 $(\sin \delta_l)$ としても入っているが、これは入射粒子の流れの保存のためである。これをユニタリ性と呼ぶ。また、到達距離 a のボ

テンシャルについて

$$l \leq \frac{|\mathbf{p} \cdot \mathbf{a}|}{\hbar} \quad (16.4)$$

の関係があるので、低エネルギーでは2, 3の角運動量しか寄与しないため部分波展開が特に有効となる。式(16.4)より相対運動量が100MeV以下のときは $l=0$ のS波以外の寄与は無視できる。また、 $l=0$ のときには $P_0 = 1$ で θ に依存しない。

図16は核子-核子散乱で測定された δ_l を相対運動量の関数として表わしている。これによると δ_0 は大まかに、運動量が400MeV以下では正、それ以上では負となっている。これは核力が短距離では斥力であり、長距離では引力であることを表わしている。それを以下に説明する。

S波の波動関数を $\psi(r) = \frac{u(r)}{r}$ とし、シュレディンガー方程式に入れると

$$\frac{d^2u(r)}{dr^2} + \frac{2m(E-V)}{\hbar^2}u(r) = 0 \quad (16.5)$$

となる。ここで V を半径 b で高さが無限大の斥力ポテンシャルとすると

$$\delta_0 = -kb \quad (16.6)$$

となる。これは斥力ポテンシャルでは $\delta_0 < 0$ となることを表わしている。

一方引力ポテンシャルの場合は $\delta_0 > 0$ で

$$\delta_0 = \arctan \left(\sqrt{\frac{E}{E+|V|}} \tan \frac{\sqrt{2mc^2(E+|V|)} \cdot a}{\hbar c} \right) - \frac{\sqrt{2mc^2E} \cdot a}{\hbar c} \quad (16.7)$$

図16.3は(16.6)と(16.7)の重ね合わせを表わしたもので、 δ_0 が正から負になっていることが分かる。図16.4は完全な位相差解析から得られた核力のポテンシャルであり、短距離の斥力と長距離の引力があることが分かる。また、斥力部分は r が小さくなると急激に大きくなるのでハードコアと呼ばれる。

核子-核子ポテンシャル

核子の内部構造を無視し、核子と核子の束縛状態や低エネルギーの核子-核子散乱において有効な核子-核子ポテンシャルを考える。アイソスピンが決まっているときのポテンシャルは以下のように表わされる。

$$\begin{aligned} V(r) = & V_0(r) \\ & + V_{ss}(r)s_1 \cdot s_2 / \hbar^2 \\ & + V_T(r)(3(s_1 \cdot \mathbf{x})(s_2 \cdot \mathbf{x})/r^2 - s_1 \cdot s_2) / \hbar^2 \\ & + V_{LS}(r)(s_1 + s_2) \cdot \mathbf{L} / \hbar^2 \\ & + V_{Ls}(r)(s_1 \cdot \mathbf{L})(s_2 \cdot \mathbf{L}) / \hbar^4 \\ & + V_{ps}(r)(s_1 \cdot \mathbf{p})(s_2 \cdot \mathbf{p}) / (\hbar^2 m^2 c^2) \end{aligned} \quad (16.8)$$

ここで第1項は中心力ポテンシャル、第2項はスピン-スピン相互作用によるもの、第3項はテンソルポテンシャルと呼ばれる非中心力によるもの、第4項はスピン-軌道相互作用によるものであり、最後の2項は核子の入れ替えについて対称であるという条件に反さない形で形式的に書かれたものであり、たいていはLS項に対して無視できる。

16.2 重陽子

重陽子の基底状態に関する実験データは次の通りである。

結合エネルギー	$B = 2.225 \text{ MeV}$
スピンとパリティ	$J^P = 1^+$
アイソスピン	$I = 0$
磁気（双極子）モーメント	$\mu = 0.857 \mu_N$
電気4重極モーメント	$Q = 0.282 e \cdot \text{fm}^2$

陽子-中性子の系は主に $l = 0$ の状態にあるが、完全に $l = 0$ の状態だけなら波動関数は球対称なので電気4重極モーメントはゼロになるはずである。また、磁気モーメントは陽子と中性子の磁気モーメントの和で与えられるので以下のようになる。

$$\mu_p + \mu_n = 0.879 \mu_N \quad (16.9)$$

これらの値のずれは重陽子の波動関数を量子数 $J^P = 1^+$ の2つの状態の混合

$$|\psi_d\rangle = 0.98 \cdot |^3S_1\rangle + 0.20 \cdot |^3D_1\rangle \quad (16.10)$$

と考えれば説明できる。

次に、重陽子の中の核子の波動関数を求める。近似的に $l = 0$ とし、ポテンシャルの深さを V 、到達距離を a とするとシュレディンガー方程式の解は以下のようになる。

$$\begin{aligned} r < a : u_I(r) &= A \sin kr, \quad k = \sqrt{2m(E - V)/\hbar} \quad (V < 0) \\ r > a : u_{II}(r) &= C e^{-\kappa r}, \quad \kappa = \sqrt{-2mE}/\hbar \quad (E < 0) \end{aligned} \quad (16.11)$$

ここで $m \approx M_p/2$ 。

$r = a$ での接続条件から

$$k \cot ka = -\kappa, \quad ak \approx \frac{\pi}{2} \quad (16.12)$$

$$Va^2 \approx Ba^2 + \frac{\pi^2}{8} \frac{(\hbar c)^2}{mc^2} \approx 100 \text{ MeV fm}^2 \quad (16.13)$$

核力の到達距離の値は現在では $a \approx 1.2 - 1.4 \text{ fm}$ であるので、この値を使うと $V \approx 50 \text{ MeV}$ になる。これは重陽子の結合エネルギーよりずっと大きい。波

動関数のすそは $1/\kappa \approx 4.3\text{fm}$ となり、核力の到達距離より大きい。図 16.5 は $Va^2 = (\text{一定})$ で異なる a の値をとった時の $u^2(r)$ を図式的に示したものである。重陽子の束縛が弱いことから距離が大きい場合はこれらの違いはほとんどないことが示されている。図 16.6 は重陽子の中の核子の存在確率分布と水素分子の中の水素原子の存在確率分布を比較したものである。ここで横軸はハードコアの空間的な広がりを単位に取っている。分子中の原子がかなり局在化しているのに対し、重陽子中の核子は結合が弱く、束縛状態が大きな広がりを持っていることが分かる。このことは重陽子中の核子の平均運動エネルギーが大きいことを意味している。

16.3 核力の性質

以下の議論では定性的な考察をする。核子の構造を核子が 3 つのクォークからなるという非相対的クォーク模型で記述する。核力は主にクォーク - 反クォークによって媒介されると考える。

短距離での斥力

2 核子系のクォークはパウリの原理に従うので、波動関数はクォークの交換に対して反対称になる。クォークは色が 3 種類、スピンが 2 通り、アイソスピン状態が 2 通りなので $l = 0$ の状態に全てのクォークが入ることが出来るため斥力の原因とはならない。

核子間の斥力の原因となるのはクォーク間のスピン - スpin 相互作用によるものである。△ バリオンは 3 つのクォークのスピンが平行であり、その質量は核子より約 $350\text{MeV}/c^2$ 大きい。よって 6 つのクォークがすべて $l = 0$ の状態に存在するとポテンシャルエネルギーは増大する。それは核子が離れていた場合よりもスピンが平行なクォークの対の数が増えるからである。

核子 - 核子系は可能な限りスピンを反平行にして色磁気エネルギーを最小にしようとするが、 $l = 0$ の状態では波動関数のスピン - 香り部分は完全に反対称でなければならないので、そのようにしてエネルギーを低くすることは出来ない。少なくとも 2 つのクォークが $l = 1$ の状態に励起されれば色磁気エネルギーは減少するが、それに必要な励起エネルギーは色磁気エネルギーの減少と同じくらいなので、核子が重なり合うと距離が近づくにつれて全エネルギーは増加する。これが短距離での斥力となる。

引力

核力の引力部分を共有結合からの類推で考える。議論を簡単にするために核子を 2 つのクォークからなる系（ダイクォーク）と他の 1 つのクォークか

ら構成されていると考える（図 16.8 参照）。エネルギー的に最も有効なダイクォークの組み合わせは u クォークと d クォークの組み合わせである。よって共有結合では残りのクォークが核子間で交換される。図 16.9 はその様子と水素分子の共有結合の様子を示したものである。このようにして計算した引力ポテンシャルの 1fm での深さは実験値の約 1/3 程度であるが、これは交換されるクォークは同じ色でなければならないが色は 3 つあることにある。

中間子の交換

核子の中には 3 つの構成子クォークの他にクォーク - 反クォーク対（海クォーク）が存在する。これはグルーオンから生成され、その後対消滅によりグルーオンに戻ることを繰り返すものである。これは相対論的效果であるが、強い相互作用の結合定数が大きいため無視することが出来ない。クォーク - クォーク交換は、図 16.10(a) に示すように実質的には無色のクォーク - 反クォーク対によって媒介することもできる。クォーク反クォーク対の交換は長距離のみでなく短距離でも有効であるため、直接のクォーク - クォーク交換よりも核子 - 核子相互作用に大きな寄与をする。それゆえ核力を強い相互作用の共有結合の相対論的な一般化とみなすことが出来る。質量 m の中間子の交換は次のような形のポテンシャルになる。

$$V = g \cdot \frac{e^{-\frac{mc}{\hbar}r}}{r} \quad (16.14)$$

これは湯川ポテンシャルと呼ばれる。